



Budapest Műszaki Főiskola Bánki Donát Gépész és
Biztonságtechnikai Kar

Mechatronikai és Autechnikai Intézet

Elektrotechnika

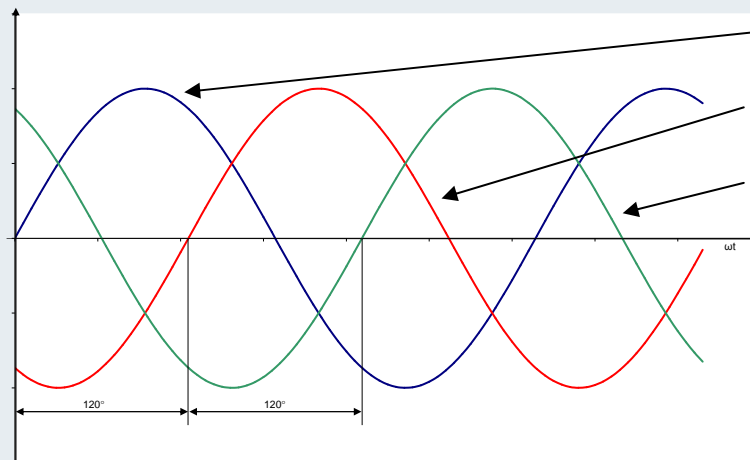
4. előadás

Összeállította: **Langer Ingrid**
főisk. adjunktus

Háromfázisú hálózatok

A gyakorlatban a villamos energia termelésében, elosztásában és felhasználásában csaknem kivétel nélkül a háromfázisú rendszer terjedt el. Ennek oka nemcsak a háromfázisú energiátvitel gazdaságossága, hanem a háromfázisú aszinkron motorok üzembiztonsága is.

Szimmetrikus feszültségrendszer:



$$u_A = U_{\max} \cdot \sin \omega t = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin \omega t$$

$$u_B = U_{\max} \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 120^\circ)$$

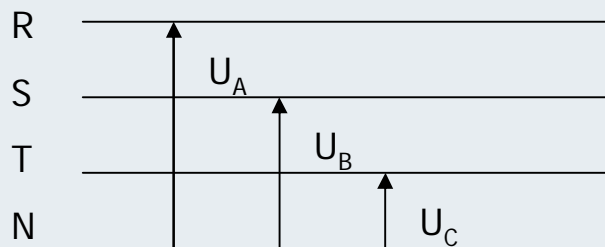
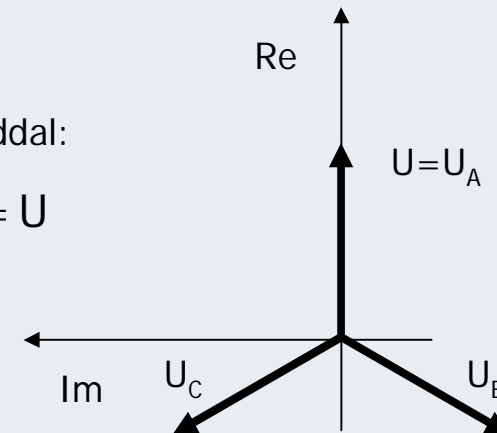
$$u_C = U_{\max} \cdot \sin(\omega t - 240^\circ) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 240^\circ)$$

Komplex írásmóddal:

$$\bar{U}_A = U \cdot e^{-j0^\circ} = U$$

$$\bar{U}_B = U \cdot e^{-j120^\circ}$$

$$\bar{U}_C = U \cdot e^{-j240^\circ}$$

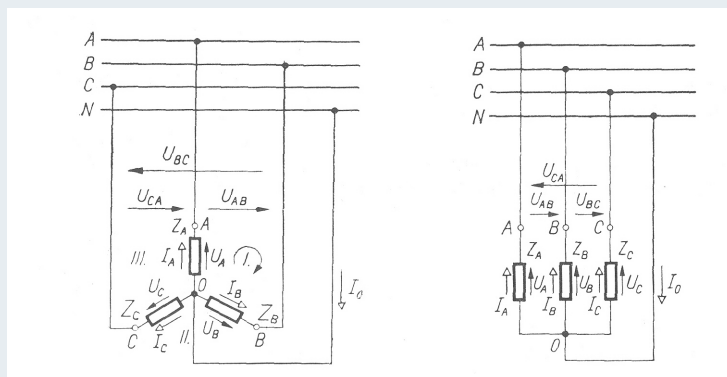


Négyszévezetű háromfázisú feszültségrendszer

Csillagkapcsolás (Y kapcsolás)

Csillagkapcsolás kivezetett csillagponttal:

Szimmetrikus, ha $Z_A = Z_B = Z_C$. Ha nem szimmetrikus., N vezetékre való rácsatlakozással kiküszöbölhető a 0 pont eltolódás: I_0 áram folyik rajta.



$$I_A = \frac{U_A}{Z_A}; I_B = \frac{U_B}{Z_B}; I_C = \frac{U_C}{Z_C} \quad \text{Fázis áram}$$

Hurokegyenletek:

I. körre:

$$U_A + U_{AB} - U_B = 0$$

II. körre:

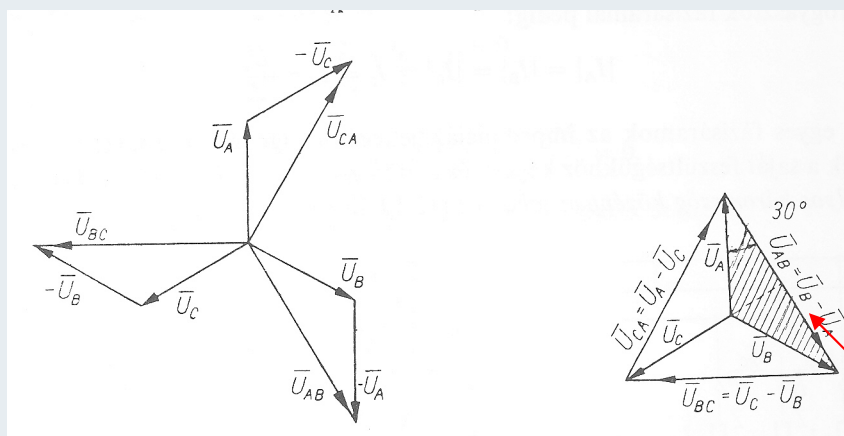
$$U_B + U_{BC} - U_C = 0$$

III. körre:

$$U_C + U_{AC} - U_A = 0$$

Vonali feszültség Fázis feszültség

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_B - U_A \\ U_{BC} &= U_C - U_B \\ U_{AC} &= U_A - U_C \end{aligned}$$



$$I_0 = I_A + I_B + I_C$$

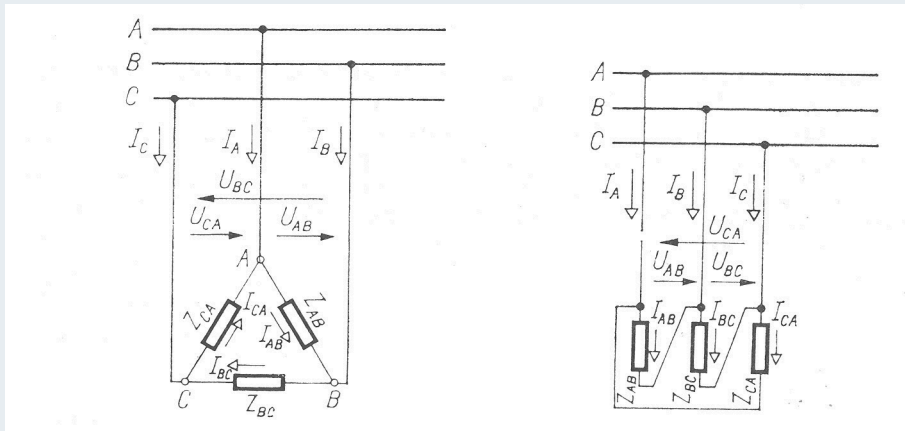
$$|U_A| = |U_B| = |U_C| = U_f$$

$$|U_{AB}| = |U_{BC}| = |U_{AC}| = U_v$$

$$\begin{aligned} U_v &= \sqrt{3} \cdot U_f \\ I_v &= I_f \end{aligned}$$

$$U_{AB} = U_v = 2 \cdot U_f \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot U_f$$

Háromszög kapcsolás (Δ kapcsolás)



Szimmetrikus, ha $Z_A = Z_B = Z_C$

Nincs 0 pont eltolódás

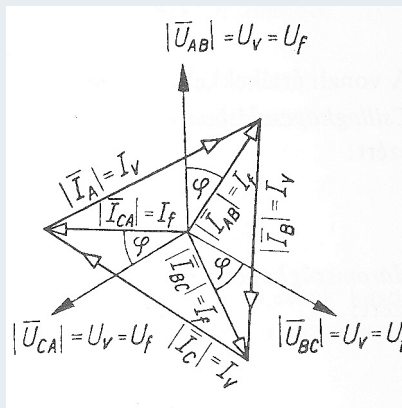
Csomóponti egyenletek:

$$\bar{I}_A + \bar{I}_{CA} - \bar{I}_{AB} = 0$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_A &= \bar{I}_{AB} - \bar{I}_{CA} \\ \bar{I}_B &= \bar{I}_{BC} - \bar{I}_{AB} \\ \bar{I}_C &= \bar{I}_{CA} - \bar{I}_{BC} \end{aligned}$$

Vonali áram
 I_v

Fázis áram
 I_f



$$\frac{I_B}{2} = I_{AB} \sin 60^\circ$$

$$I_v = 2 I_f \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} U_v &= U_f \\ I_v &= \sqrt{3} \cdot I_f \end{aligned}$$

Háromfázisú rendszer teljesítménye

A háromfázisú rendszer három egyfázisúból tevődik össze



Fázisteljesítmények összege = háromfázisú teljesítmény

Szimmetrikus terhelés esetén:

$$P = P_A + P_B + P_C \quad \text{A hatásos teljesítmény}$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C \quad \text{A meddő teljesítmény}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \text{A látszólagos teljesítmény}$$

$$P_A = P_B = P_C = U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi$$

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi$$

$$Q_A = Q_B = Q_C = U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi$$

$$Q = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

A teljesítmény vonali értékekkel:

$$\text{Y kapcsolás: } U_f = \frac{U_v}{\sqrt{3}}; I_f = I_v \rightarrow P = 3 \cdot \frac{U_v}{\sqrt{3}} \cdot I_v \cdot \cos \varphi$$

$$\Delta \text{ kapcsolás: } I_f = \frac{I_v}{\sqrt{3}}; U_f = U_v \rightarrow P = 3 \cdot U_v \cdot \frac{I_v}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \sin \varphi; S = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v$$

A háromfázisú teljesítmény állandósága

Szimmetrikusan terhelt háromfázisú rendszer *teljesítményének pillanatértéke időben nem változik* és megegyezik az átlagteljesítménnyel.

$$p = p_A + p_B + p_C$$

$$p_A(t) = U_{\max} \cdot \sin \omega t \cdot I_{\max} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = 2 \cdot U \cdot I \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

$$\text{mivel } \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)], \quad \text{ezért}$$

$$p_A(t) = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$p_B(t) = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2(\omega t - 120^\circ) - \varphi) = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi - 240^\circ)$$

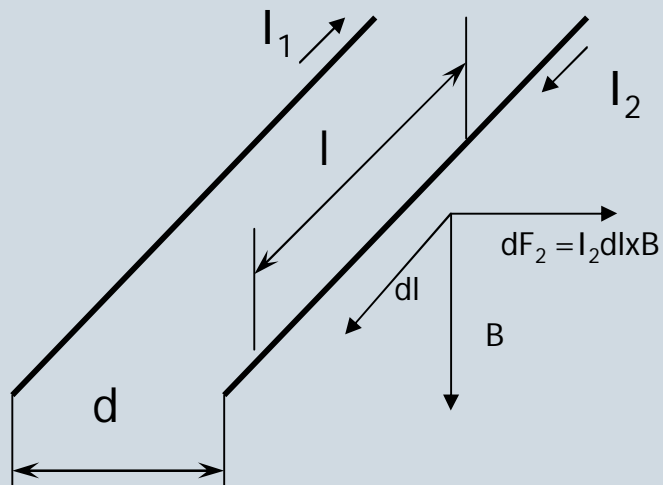
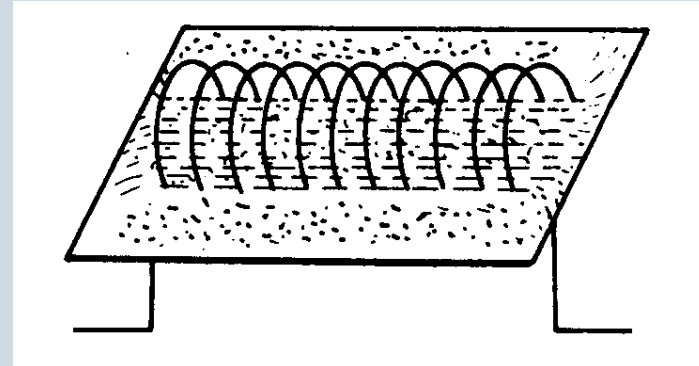
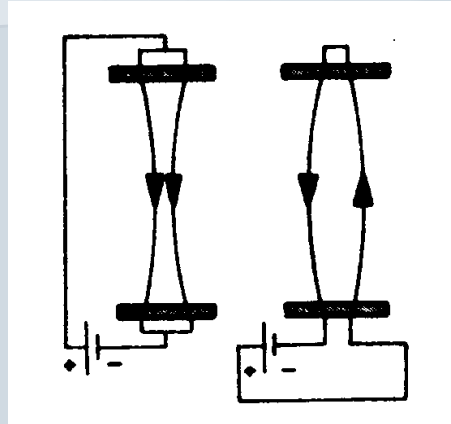
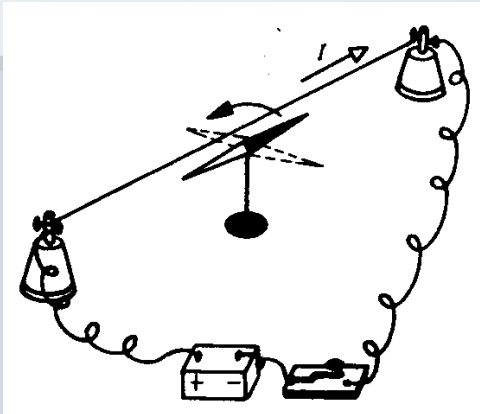
$$p_C(t) = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2(\omega t - 240^\circ) - \varphi) = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi - 120^\circ)$$

A pillanatteljesítmények változó részei egymáshoz képest 120° -kal eltolt 2ω körfrekvenciával lengő cosinus görbék, ezért összegük minden időpillanatban nulla.

$$p = p_A + p_B + p_C = U \cdot I \cdot \cos \varphi = P$$

Mágneses tér

Árammal átjárt vezető körül *mágneses tér* alakul ki:



Ampere tapasztalati törvénye

Két végtelen hosszú, egymással párhuzamos vezető között ébredő erőhatás, ha bennük I_1 és I_2 áram folyik:

$$F = k \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot l \quad \text{ahol } k = 2 \cdot 10^{-7}$$

Mágneses tér

$$F = k \cdot \frac{I_1}{d} \cdot I_2 \cdot l = B \cdot I \cdot l$$

I_1 mágneses terének hatása I_2 -re \Rightarrow **Mágneses indukció:** $B \left[\frac{Vs}{m^2} = T, \text{tesla} \right]$

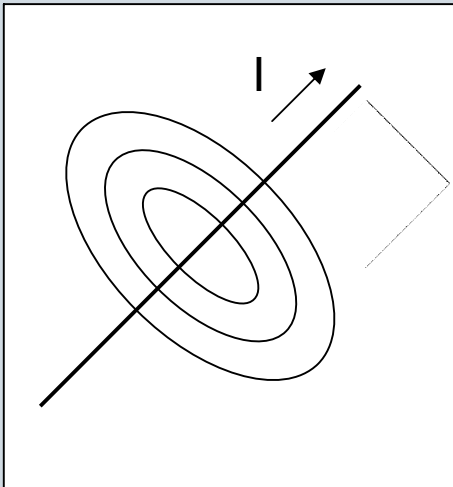
Ha l iránya B -vel nem 90° -os szöget zár be, az erő csökken:

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha$$

vagyis

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

Az indukciót erővonalával *indukcióvonalával* szemléltetjük: érintői B *irányát*, sűrűségük B *nagyságát* adják meg.



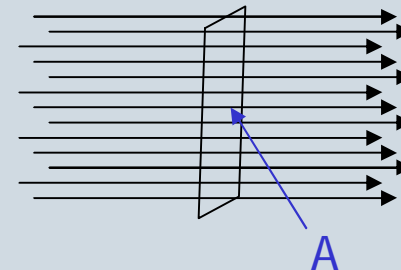
Mágneses fluxus:

Valamely A felületen áthaladó összes indukcióvonal száma.

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}, [Vs = Wb, \text{weber}]$$

Az indukcióvonalak zárt görbék (nem erednek és nem végződnek). Zárt felület fluxusa 0.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$



A gerjesztési törvény

Gerjesztés: a mágneses teret létrehozó áramok összege:

$$\Theta = \sum_{i=1}^n I_i$$

A tér egy pontjában a mágneses teret létrehozó gerjesztő hatás erősségét, az egységnyi hossza jutó gerjesztést **mágneses térerősségnek** (*gerjesztettségnek*) nevezzük:

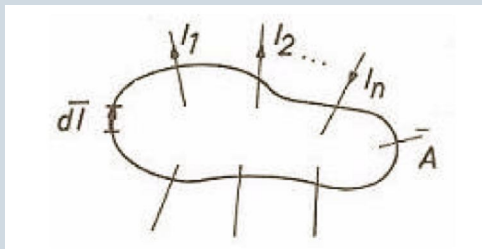
$$\bar{H} = \frac{d\Theta}{dl}, \left[\frac{A}{m} \right]$$

A mágneses térerősség és a mágneses indukció kapcsolata vákuumban:

$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} \quad \text{ahol} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cong 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} \quad \text{a vákuum permeabilitása}$$

(Ha a mágnes nem vákuumban, hanem anyagban keletkezik, B értéke μ_r -szerese a vákuumban számítottnak, ahol μ_r a *relatív permeabilitás*.)

Gerjesztési törvény:



$$\oint \bar{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i = \Theta$$

A mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő a görbe által körülvevő áramok előjeles összegével

Végtelen hosszú vezető mágneses tere

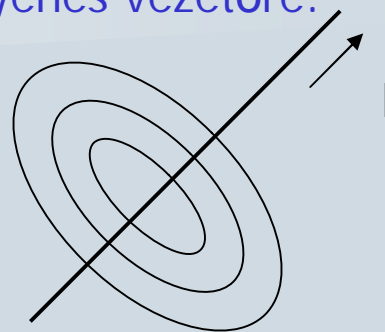
A gerjesztési törvény végtelen hosszú egyenes vezetőre:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = I$$

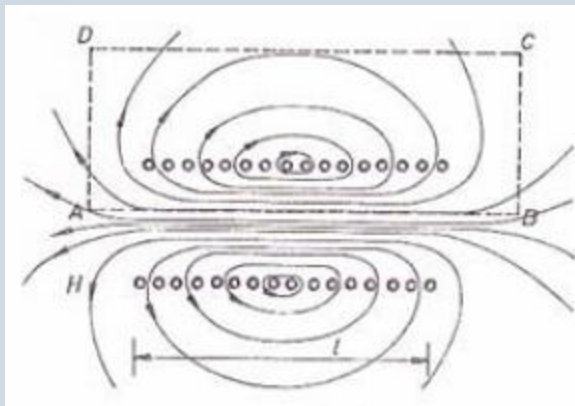
$$H \oint d\mathbf{l} = I$$

$$H \cdot 2\pi \cdot r = I \quad \text{vagy}$$

$$H = \frac{I}{2\pi \cdot r}, \quad B = \mu \cdot \frac{I}{2\pi \cdot r},$$



Egyenes tekercs (szolenoid) mágneses tere



$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum I$$

$$H \cdot l = N \cdot I$$

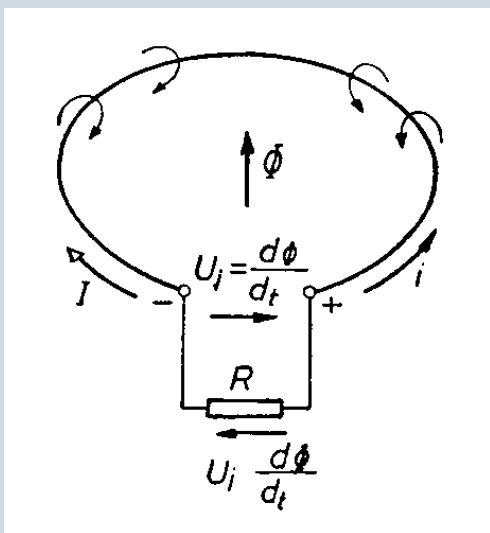
$$H = N \cdot \frac{I}{l}, \quad B = \mu \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

Elektromágneses indukció

Indukció törvény

Az indukció időbeli változása elektromos teret hoz létre.

1. Nyugalmi indukció



Ha egy nyugvó vezetőhurok vagy tekercs belsejében *időben változik a mágneses tér*, akkor abban feszültség indukálódik.

$$u_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

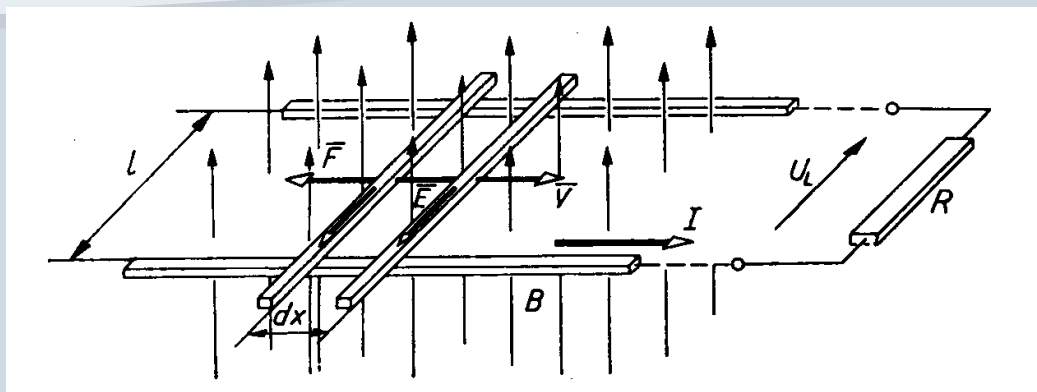
A negatív előjel: az indukált feszültség által létrehozott áram olyan irányú, hogy az indukált feszültséget létrehozó változást gátolja \Rightarrow **Lenz-törvény**

N menetszámú tekercsben indukálódó feszültség:

$$u_i = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

Elektromágneses indukció

2. Mozgási indukció



Ha B indukciójú mágneses térben egy l hosszúságú vezetékdarab v sebességgel mozog, akkor abban feszültség indukálódik. Az indukált feszültség egyenlő az *időegység alatt metszett indukcióvonalak számával*.

$$\begin{aligned} -d\Phi &= B \cdot dA \\ -d\Phi &= B \cdot l \cdot dx \\ -d\Phi &= B \cdot l \cdot v \cdot dt \end{aligned}$$

$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot l \cdot v$$

Elektromágneses indukció

3. Önindukció

Ha egy tekercs árama fluxust gerjeszt és ez az áram időben változik, akkor a fluxus is változik. Ez a fluxusváltozás feszültséget, un. *önindukciós feszültséget* hoz létre.

$$u_L = N \frac{d\Phi}{dt}$$

Ha a tekercs belsejében nincs ferromágneses anyag, akkor a tekercsfluxus (Ψ) arányos az árammal.

$$\Psi = N \cdot \Phi = L \cdot I$$

így

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

Vasmagos tekercs esetén a tekercs induktivitása nem állandó, így a tekercsfluxus nem arányos az árammal. Ezért:

$$u_L = \frac{d(Li)}{dt}$$

Elektromágneses indukció

4. Kölcsönös indukció

Az N_1 menetszámú 1. tekercs Φ_1 fluxust gerjeszt. A 2. tekercset az 1. tekercs terébe helyezve azzal az 1. tekercs Φ_{12} fluxusa kapcsolódik. Ha az 1. tekercs árama változik, az a 2. tekercsben feszültséget indukál:

$$u_{L2} = N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = \frac{d\Psi_{21}}{dt}$$

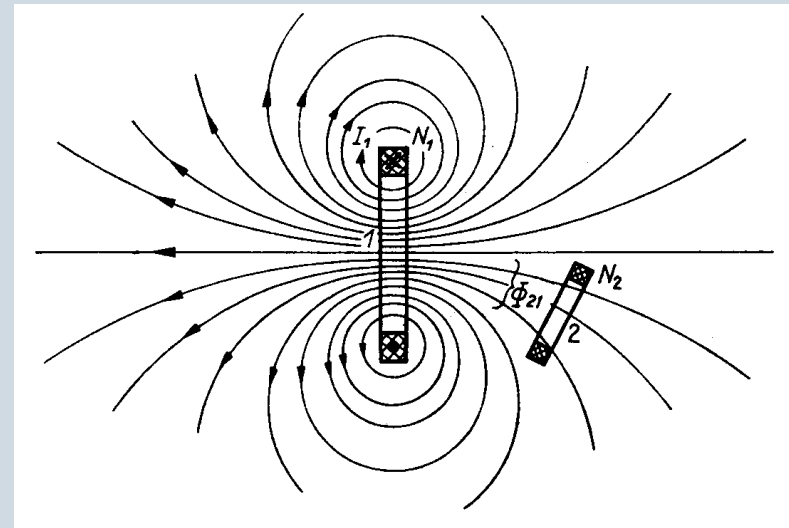
$$N\Phi_{21} = \Psi_{21} = L_{21} \cdot I_1$$

A 2. tekercs gerjesztése esetén:

$$u_{L1} = N_1 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = \frac{d\Psi_{12}}{dt}$$

$$L_{12} = L_{21} = M$$

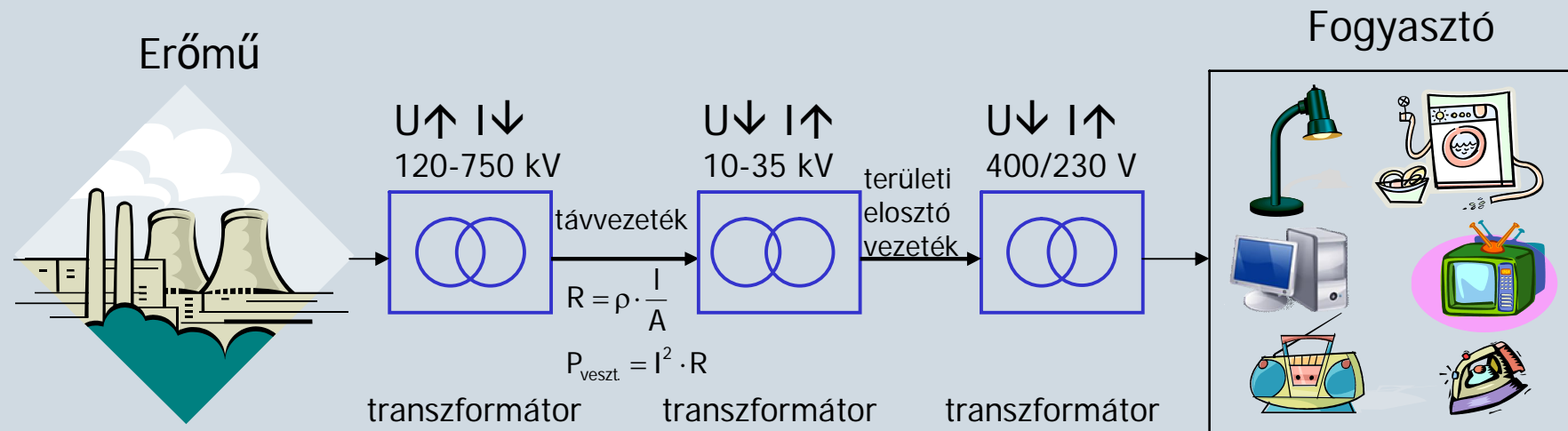
Ahol M a *kölcsönös indukció tényezője*



$$u_{L2} = M \frac{di_1}{dt}$$
$$u_{L1} = M \frac{di_2}{dt}$$

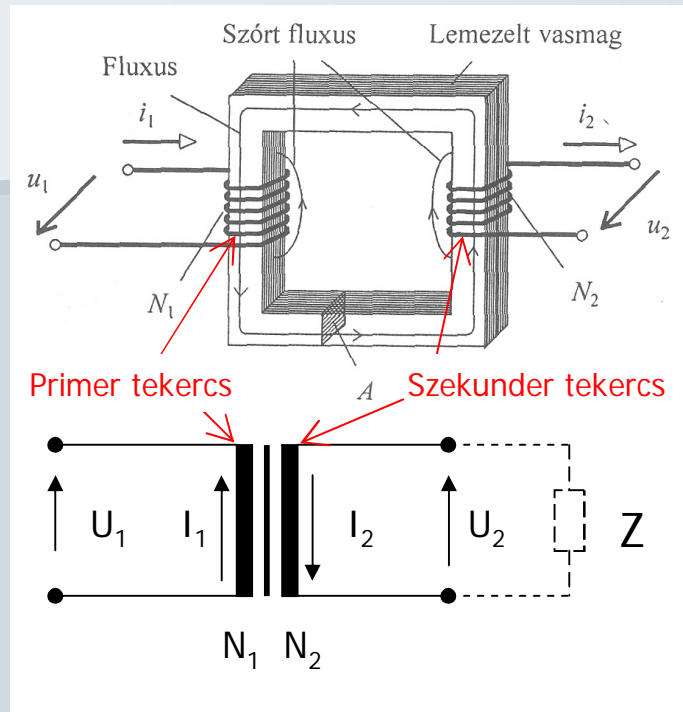
Transzformátorok

Déri Miksa, Bláthy Ottó, Zipernovszky Károly 1885.: *Első zárt vasmagú transzformátor*



A transzformátorok feladata: kisfeszültségű villamos energiát nagyfeszültségűvé, ill. nagyfeszültségű villamos energiát kisfeszültségűvé alakítani. Cél: a villamos energia gazdaságos szállítása. \Rightarrow *Erőátviteli transzformátorok*

Felépítés és működés



$$u_i = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \frac{d(\Phi_{\max} \sin \omega t)}{dt}$$

$$u_i = N \cdot \Phi_{\max} \cdot \omega \cdot \cos \omega t = N \cdot B_{\max} \cdot A \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

$U_{i\max}$

$$U_{i\max} = N \cdot B_{\max} \cdot A \cdot \omega$$

$$U_i = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot B_{\max} \cdot A \cdot \omega = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot B_{\max} \cdot A \cdot f$$

4,44

$$U_i = 4,44 \cdot N \cdot B_{\max} \cdot A \cdot f$$

a transzformátor *főegyenlete*

Feszültség- és áramáttétel

A főfluxus által a *primer* és a *szekunder* tekercsben indukált feszültség:

$$U_{i1} = 4,44 \cdot N_1 \cdot f \cdot \Phi_{\max}$$

$$U_{i2} = 4,44 \cdot N_2 \cdot f \cdot \Phi_{\max}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = a \quad \text{menetszám-áttétel}$$

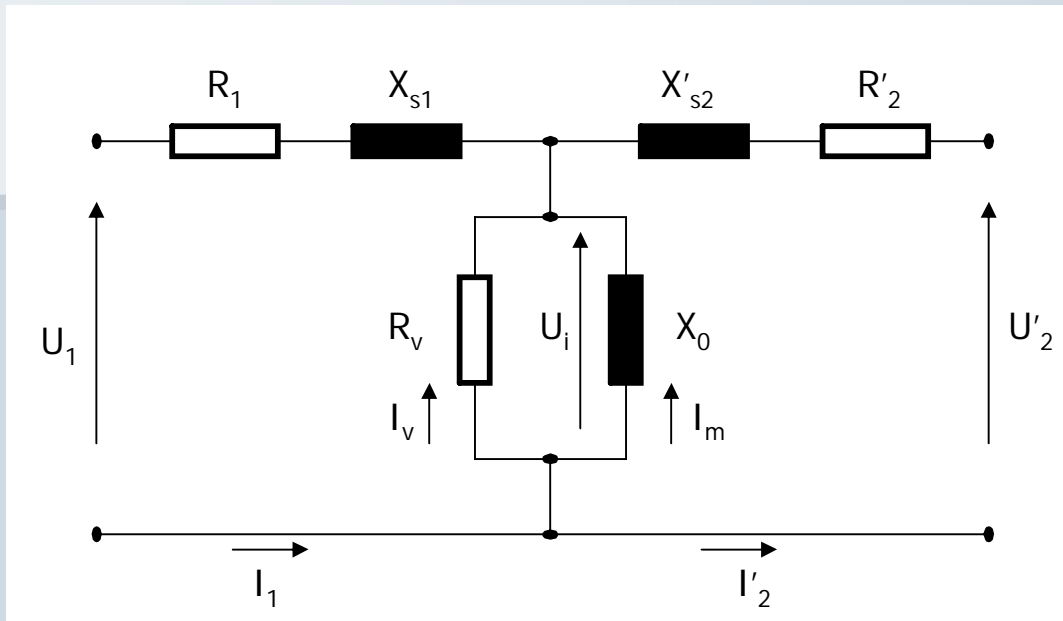
$$U_{i1} \cdot I_1 = U_{i2} \cdot I_2$$

$$a_u = \frac{U_{i1}}{U_{i2}} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad \text{feszültségáttétel}$$

$$a_i = \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_{i2}}{U_{i1}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad \text{áramáttétel}$$

$$a_z = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\frac{U_{i2}}{I_2}}{\frac{U_{i1}}{I_1}} = \frac{U_{i2}}{U_{i1}} \cdot \frac{I_1}{I_2} = a^2 \quad \text{impedancia-áttétel}$$

Helyettesítő kapcsolás



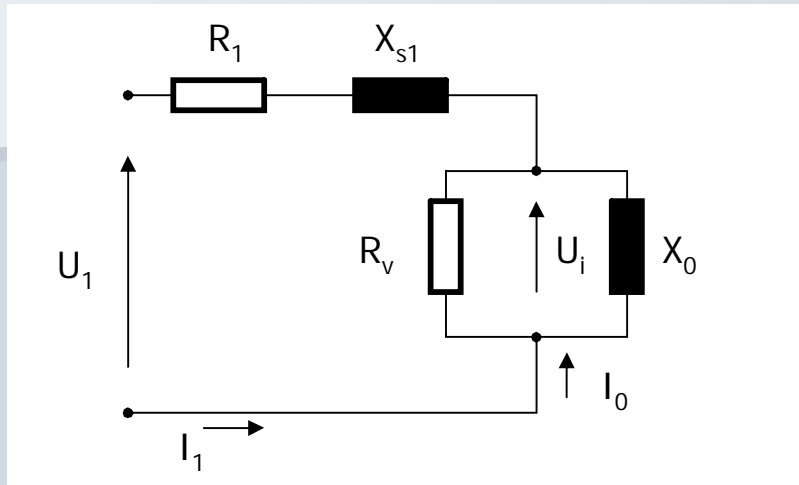
R_1, R_2 a primer és a szekunder tekercs
ohmos ellenállása
 X_{s1}, X_{s2} a primer és a szekunder oldali
szórt reaktancia
 R_v az átmágnesezés
vasvesztését jelentő ellenállás
 X_0 a főfluxus reaktanciája
(mágnesező reaktancia)

$$X'_{s2} = a^2 \cdot X_{s2}, \quad R'_2 = a^2 \cdot R_2, \quad U'_2 = a \cdot U_2, \quad I'_2 = \frac{1}{a} \cdot I_2, \quad \text{A szekunder oldali mennyiségek primer oldalra redukált értékei}$$

A helyettesítő kapcsolás ellenállásának szokásos arányai:

$$R_1 \approx R'_2; \quad X_{s1} = (2 \dots 5) \cdot R_1; \quad X_0 \approx 1000 \cdot R_1; \quad R_v \approx 10000 \cdot R_1;$$

Üresjárás

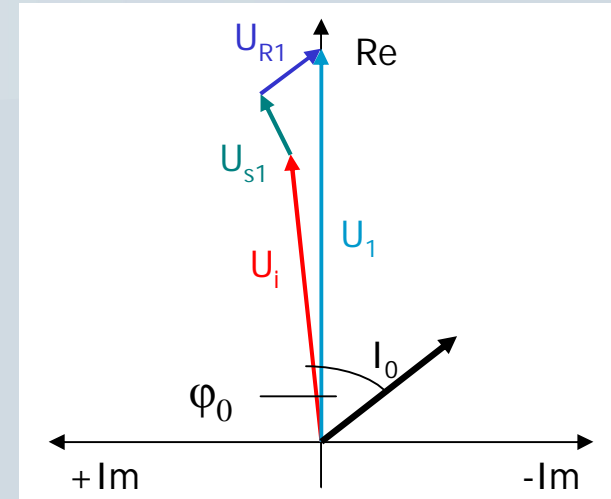


$$I_2' = 0 \Rightarrow U_2' = U_i$$

$$U_1 - U_{s1} - U_{R1} - U_i = 0$$

$$U_i = U_1 - U_{s1} - U_{R1}$$

$$P_0 \cong P_{\text{vas}}$$



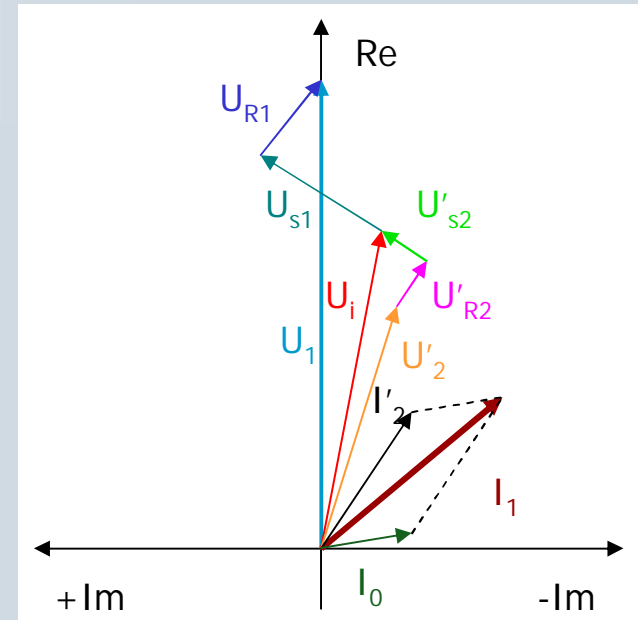
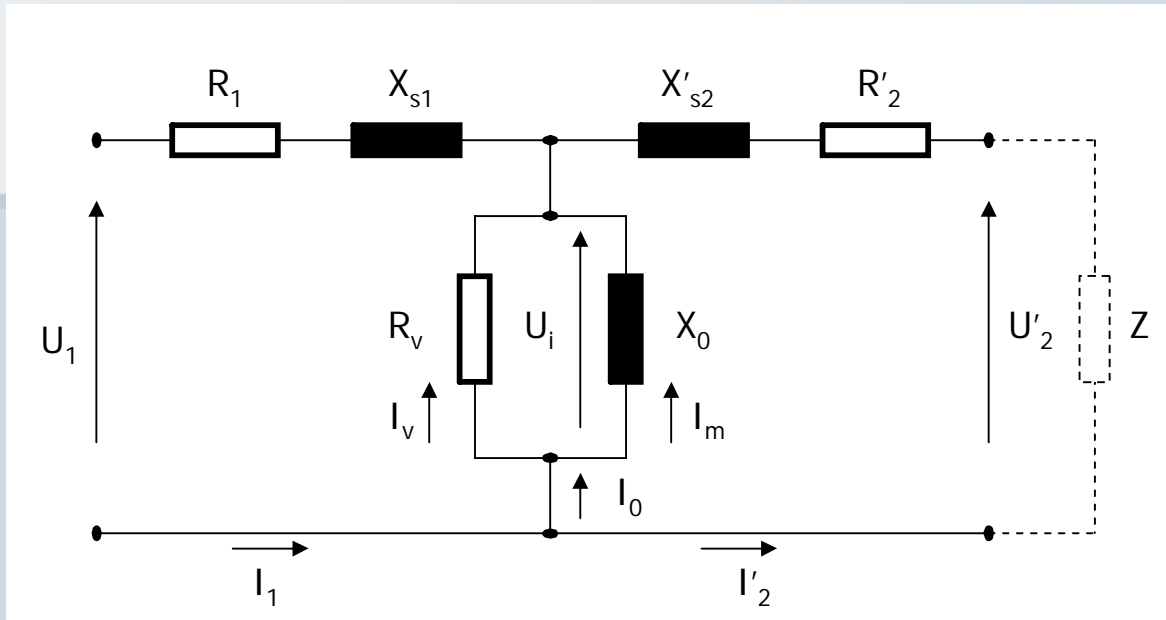
U_1 a főfluxus által indukált feszültség

I_0 üresjárási (primer) áram

φ_0 üresjárási fázisszög ($\cos \varphi_0 \approx 0,1$)

U_i a főfluxus által indukált feszültség

Terhelés



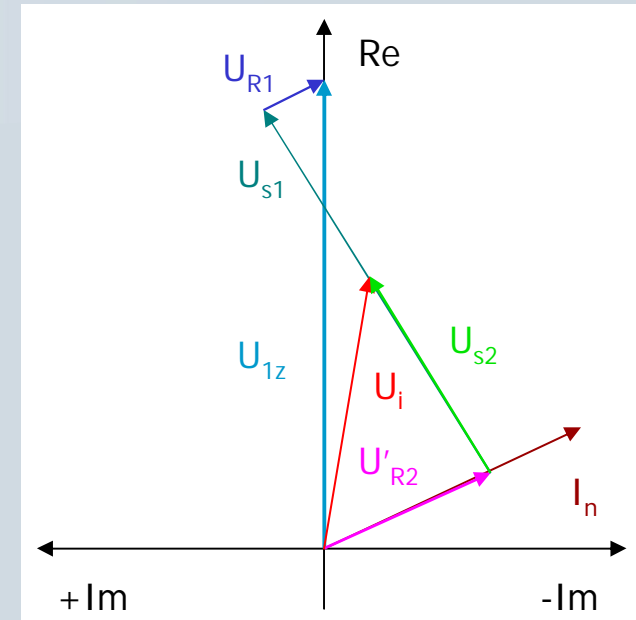
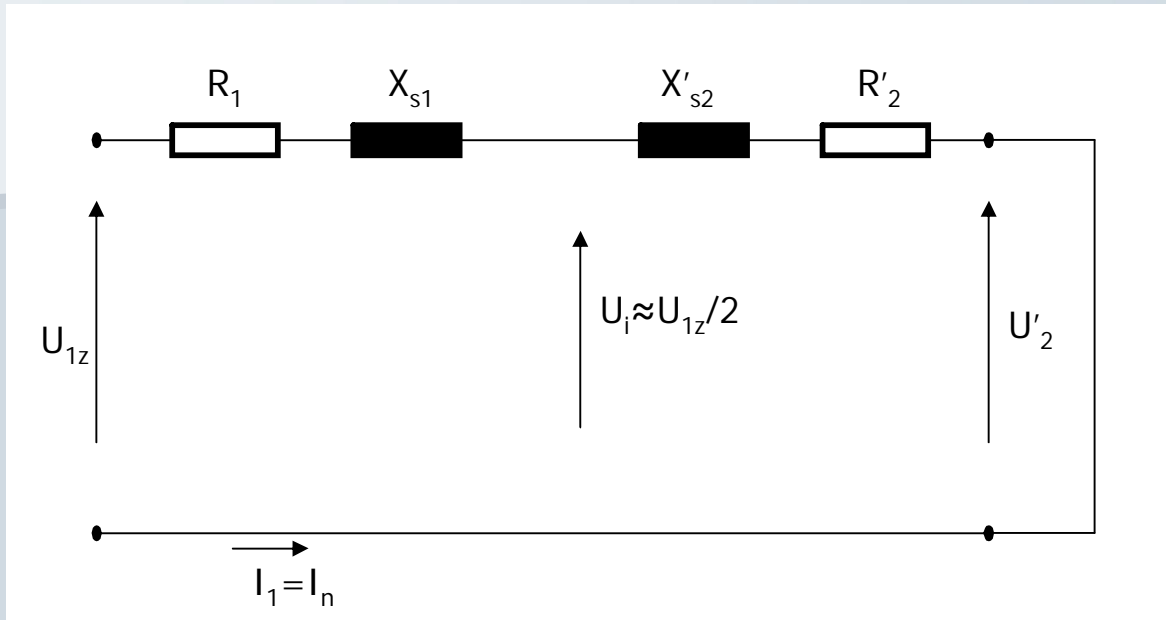
$I_2' \neq 0$ Nagyságát és fázisát a fogyasztók szabják meg, általában késik a szekunder feszültséghez képest

$$I_1 = I_0 + I_2'$$

$$U_i = U_1 - U_{s1} - U_{R1} = U_1 - j \cdot X_{s1} \cdot I_1 - R_1 \cdot I_1$$

$$U_2' = U_i - U_{s2}' - U_{R2}' = U_i - j \cdot X_{s2}' \cdot I_2' - R_1 \cdot I_2'$$

Rövidzárás



A szekunder kapcsokat rövidre zárva a tekercsekben folyó áram meghaladná a névleges érték 10-25-szeresét. Ez az áram a transzformátort tönkretetheti, ezért *a transzformátor szekunder kapcsait névleges feszültségen nem szabad rövidre zárni*. A rövidzárási mérés elvégzéséhez akkora feszültséget kell a primer oldalra kapcsolni, ami a rövidrezárt szekunder oldalon éppen I_n névleges áramot hoz létre.

⇒ *rövidzárási feszültség* $U_{1z} = I_n \cdot \sqrt{R^2 + X_s^2}$

Viszonylagos rövidzárási feszültség, drop:

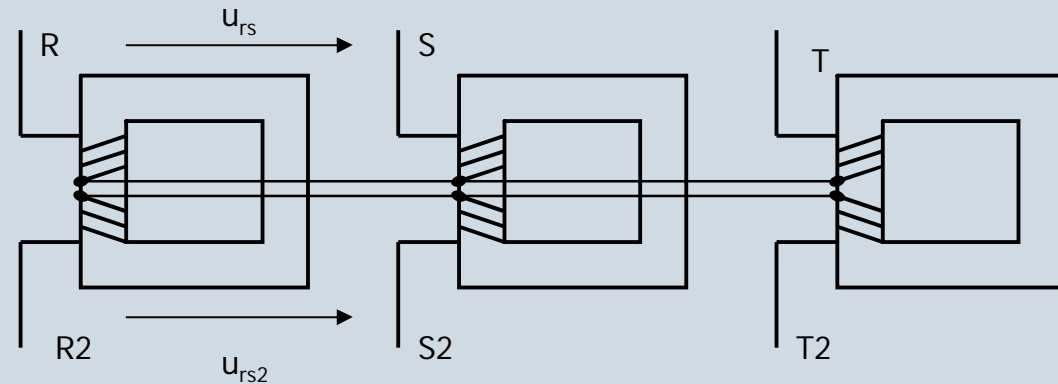
$$\varepsilon = \frac{U_{1z}}{U_{1n}} \cdot 100\%$$

$$P_{rz} \cong P_{vtek}.$$

Háromfázisú transzformátorok

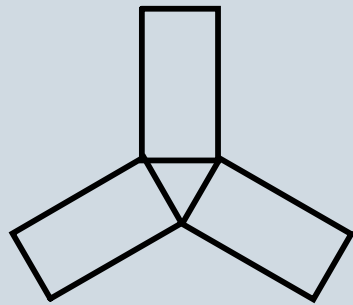


A villamos energia előállítása, elosztása és felhasználása túlnyomórészt háromfázisú rendszeren történik \Rightarrow ehhez *háromfázisú transzformátorokat* használnak.



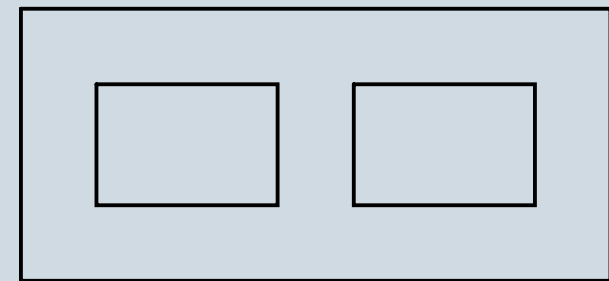
A primer oldalra szimmetrikus háromfázisú feszültséget kötve a szekunder oldalon is szimmetrikus háromfázisú feszültség jelenik meg.

Mágnesesen is összefüggő háromfázisú transzformátor:



A tekercseket nem tartalmazó oszlopot egyetlen oszlopba vonják össze. Ezen az oszlopon az eredő fluxus minden időpontban 0, ezért ez az oszlop elhagyható.

$$\Phi_1(t) + \Phi_2(t) + \Phi_3(t) = 0$$



Háromfázisú transzformátorok kapcsolása

A gyakorlatban előforduló kapcsolások:

Csillag-csillag, csillag-zegzug, csillag-delta, delta-csillag

- **Csillagkapcsolás**

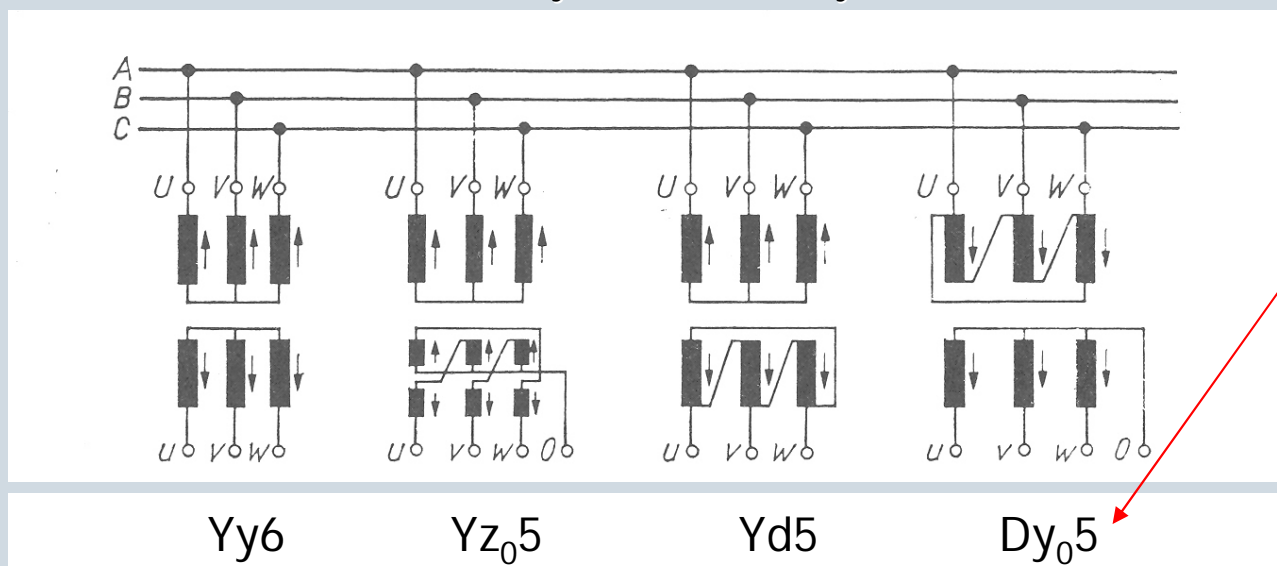
Jelzése: Y vagy y, kivezetett csillagpont esetén Y0 vagy y0. A csillagpontot általában csak a szekunder oldalon szokás kivezetni, amikor a transzformátor négyvezetékes hálózatot táplál.

- **Delta-kapcsolás**

Jelzése: D vagy d.

- **Zegzug kapcsolás**

A zegzug kapcsolás lényegében egy speciális csillagkapcsolás, amelyet szinte kizárólag a fogyasztói hálózatot tápláló transzformátorok szekunder oldalán alkalmaznak. Az alkalmazás célja az aszimmetrikus terhelés hátrányos következményeinek terhelése.

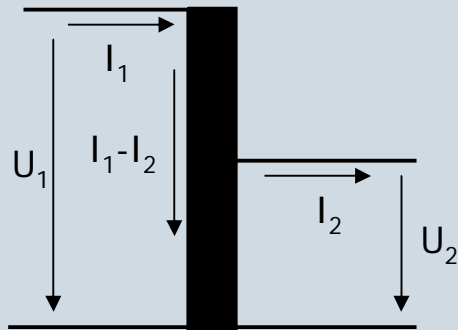


A megfelelő primer és szekunder feszültségek vektorai közötti fáziseltérést jelenti az **óraszám**. Ez csak 30 fok egész számú többszöröse lehet. Ha a primer feszültség vektora „12 órára” mutat, a szekunder feszültség valamelyik „egész órára” fog mutatni.

Különleges transzformátorok

1. Takarékkapcsolású transzformátor

Egyetlen tekercssel rendelkezik:



A két oldal felcserélhető, lefelé is és felfelé is lehet feszültséget transzformálni.

Belső teljesítmény, amire a tekercset méretezni kell:

$$S_b = U_2 \cdot (I_2 - I_1) = I_1 \cdot (U_1 - U_2)$$

Névleges (átmenő) teljesítmény: $S_n = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2$

$$\frac{S_b}{S_n} = \frac{I_1 \cdot (U_1 - U_2)}{U_1 \cdot I_1} = 1 - \frac{U_2}{U_1} = 1 - \frac{1}{a}$$

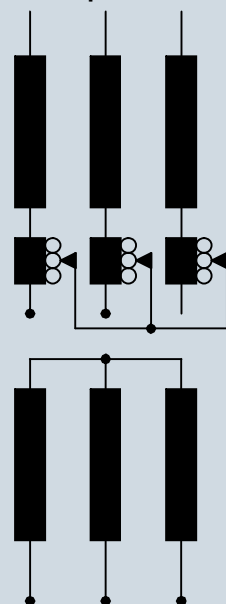
$$S_b = S_n \left(1 - \frac{1}{a} \right)$$

Különleges transzformátorok

2. Feszültségszabályozó transzformátor

A villamos elosztóhálózatok terhelésfüggő feszültségingadozásának kiküszöbölésére szolgál. A transzformátor primer vagy szekunder tekercse megcsapolásokkal készül. A különböző megcsapolásokkal különböző áttételek, így különböző feszültségek érhetők el. Speciális átkapcsolószerkezet biztosítja a terhelés közbeni átkapcsolást.

A *csillagponti szabályozó* kapcsolási vázlata:



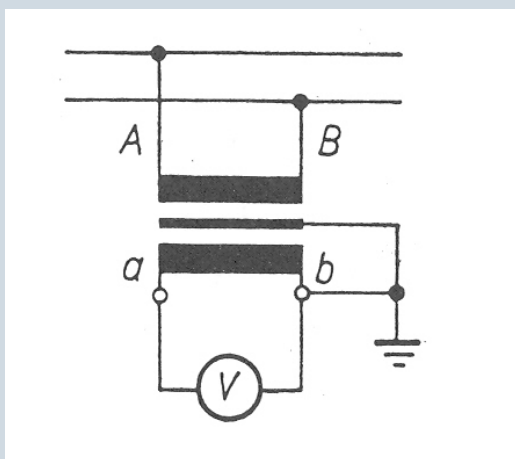
Különleges transzformátorok

3. Mérőtranszformátorok

Feladat:

- nagy feszültségek és áramok átalakítása normál műszerek által mérhető értékűre (100-120 V; 1-5 A)
- a nagyfeszültség elszigetelése a mérőműszerektől (életvédelmi okokból)

a) Feszültségváltó



A nagy belső impedanciájú mérőműszert a szekunder tekercsre kötik:

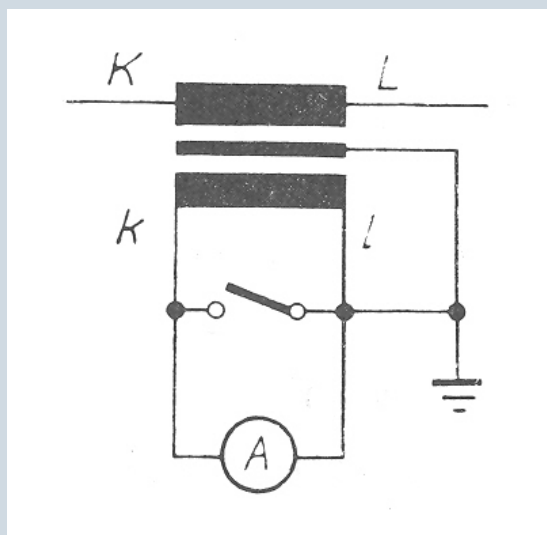
$$U_1 \approx a \cdot U_2 = U_2'$$

feszültséghiba:

$$h = \frac{a \cdot U_2 - U_1}{U_1} \quad (0,1-3\%)$$

Különleges transzformátorok

b) Áramváltó



A kis belső impedanciájú árammérőt a szekunder tekercsre kötik, így a transzformátor gyakorlatilag rövidre van zárva. A szekunder áram csak a primer áramtól függ, vagyis a szekunder tekercs áramgenerátorként viselkedik.

Az áramváltó szekunder áramkörét *tilos megszakítani*, mert a teljes $I_1 N_1$ gerjesztés a vasat gerjeszti. A vasvesztesség a fluxus négyzetével arányos, a keletkező veszteségi hő tönkreteheti az áramváltót.

$$I_1 \approx \frac{I_2}{a}$$

áramhiba:
$$h = \frac{\frac{I_2}{a} - I_1}{I_1} \quad (0,1-10\%)$$