Légmagos tekercsek önindukciója

Makrai József

A rádiótechnikával foglalkozó szakember vagy amatőr gyakran kerül olyan helyzetbe, amikor gyorsan meg kell határoznia egy meglevő tekercs önindukciós tényezőjét, vagy éppen méreteznie kell egy adott önindukciójú tekercset. A különféle irodalmi forrásokban még a hasonló alakú tekercsekre is meglehetősen különböző felépítésű (és pontosságú) számítási képleteket találunk. A sokféleség még csak növekszik, ha a különböző alakú tekercsek számítására vonatkozó képleteket próbáljuk áttekinteni.

Az alábbiakban olyan új számítási módszert ismertetünk, amely a munkát lényegesen leegyszerűsíti, ugyanakkor a mindennapi gyakorlatban előforduló valamennyi tekercsalak esetén alkalmazható és pontosságban is felülmúlja az általánosan ismert közelítő módszereket.

I. Elvi számítás

Minden tekercs önindukciós tényezője kiszámítható az alábbi képlet szerint:

$$L=\frac{n^2}{R_m}\text{, ahol} \qquad (1)$$

n: a tekercs menetszáma,
R_m: a mágneses ellenállás.

A mágneses ellenállás magában foglalja a tekercs geometriai viszonyait (vagyis méreteit és alakját), valamint a tekercs belsejét kitöltő anyag mágneses tulajdonságait. A fenti képlettel tehát csak úgy tudjuk valamely tekercs induktivitását kiszámítani, ha előzőleg valamilyen módon meghatároztuk a hozzá tartozó mágneses ellenállást. Ezt közvetlenül mérni nem lehet (legfeljebb a megmért önindukcióból számolhatnánk vissza), viszont általánosságban számítani lehet a következő képlettel

$$R_m=\frac{1}{\mu_0\mu_r}\cdot\frac{l_k}{A}\text{, ahol} \qquad (2)$$

$\mu_0=4\cdot\pi\cdot10^{-7}\left[\frac{V\cdot sec}{A\cdot m}\right]$ a légüres tér mágneses permeabilitása,

μ_r = a tekercset kitöltő anyag relatív mágneses permabilitása (légmagos tekercsekre: $\mu_r=1$),

l_k = a mágneses erővonalak közepes hossza (m),

A = a tekercs keresztmetszetének területe (m²).

Hengeres tekercsekre: $A=\frac{D_k^2\pi}{4}=0{,}785\cdot D_k^2$, ahol

D_k = a tekercs közepes átmérője (m).

Mindezeket figyelembe véve légmagos tekercsekre az önindukció:

$$L=\frac{n^2}{\frac{1}{4\pi\cdot10^{-7}}\cdot\frac{1}{0{,}785D_k^2}}=\frac{0{,}9869\cdot n^2\cdot D_k^2}{l_k}=\left(0{,}9869\cdot\frac{D_k}{l_k}\right)\cdot n^2\cdot D_k\text{, tehát}$$

$$L=F\cdot n^2\cdot D_k\ (\mu H)\text{, ahol} \qquad (3)$$

$$F=0{,}9869\cdot\frac{D_k}{l_k}\approx\frac{D_k}{l_k} \qquad (4)$$

Ezt az F-el jelölt mennyiséget elnevezhetjük a tekercs forma- vagy alaktényezőjének. Amint a képletből látható, az *F* tényező értéke a tekercs középátmérőjének és a közepes erővonalhossznak az arányából (hányadosából) számítható, sőt jó közelítéssel egyenlőnek vehető ezzel a hányadossal.

Megállapíthatjuk, hogy a formatényező csak a tekercs alakjától függ, méreteitől nem, hiszen ha egy tekercs minden méretét gondolatban úgy növeljük meg, hogy annak formája ne változzon, akkor megnövekszik a D_k középátmérő, de ugyanilyen mértékben megnövekszik az l_k közepes erővonalhossz is, és a hányadosunk végül is változatlan marad. (A hasonlóság fogalma éppen ezt jelenti: a megfelelő méretek aránya megegyezik.)

Az, hogy hasonló alakú, de különböző méretű tekercsek *F* formatényezője azonos, természetesen nem jelenti azt, hogy azonos menetszám esetén az önindukció kiszámítására szolgáló $L=F\cdot n^2\cdot D_k$ képletből kiderül, hogy a tekercs mérete (melyet a D_k középátmérővel jellemzünk) a formatényezőtől függetlenül befolyásolja az önindukciót — vagyis azonos menetszámnál a nagyobb méretű, de azonos alakú tekercs önindukciója is nagyobb lesz, mégpedig a mérettel arányosan.

II. A méretek és az alak hatása

A tekercs méretének az előbbiekben ismertetett befolyását más módszerrel is bebizonyíthatjuk. Az (1) képletből kiderül, hogy az önindukciót a tekercs menetszámán kívül csak a tekercs körül kialakuló mágneses tér mágneses ellenállása szabja meg.

Vizsgáljuk meg, miképpen befolyásolja például egy hengeres tekercs belső terének mágneses ellenállását az, ha a képletben a tekercs minden méretét az eredetinek kétszeresére növeljük. A viszonyokat az *1. ábra* szemlélteti. Az 1-essel jelölt eredeti méretek esetén a mágneses ellenállás:

$$R_{m1}=\frac{1}{\mu_0\cdot\mu_r}\cdot\frac{l_1}{A_1}=\frac{1}{\mu_0\cdot\mu_r}\cdot\frac{l_1}{\frac{D_1^2\cdot\pi}{4}}.$$

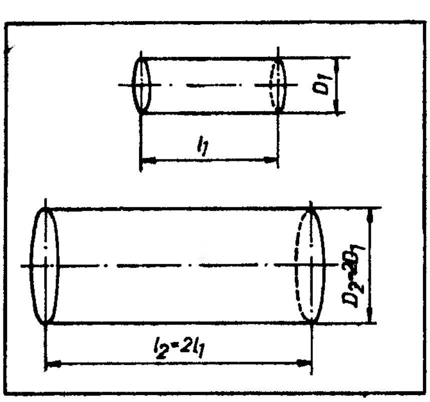
Ugyanez a 2-es, megnövelt méretek mellett:

$$R_{m2}=\frac{1}{\mu_0\cdot\mu_r}\cdot\frac{l_2}{A_2}=\frac{1}{\mu_0\cdot\mu_r}\cdot\frac{2l_1}{\frac{(2D_1)^2\pi}{4}}=\frac{1}{\mu_0\cdot\mu_r}\cdot\frac{2l_1}{\frac{4\cdot D_1^2\pi}{4}}.$$

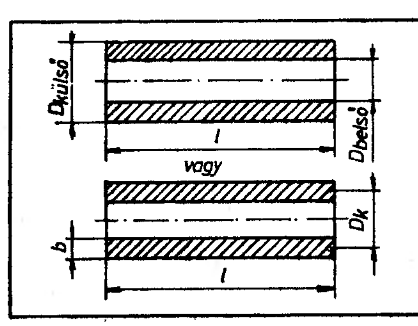
Egyszerűsítés és kiemelés után:

$$R_{m2}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{\mu_0\cdot\mu_r}\cdot\frac{l_1}{\frac{D_1^2\pi}{4}}\right)=\frac{1}{2}\cdot R_{m1} \qquad (5)$$

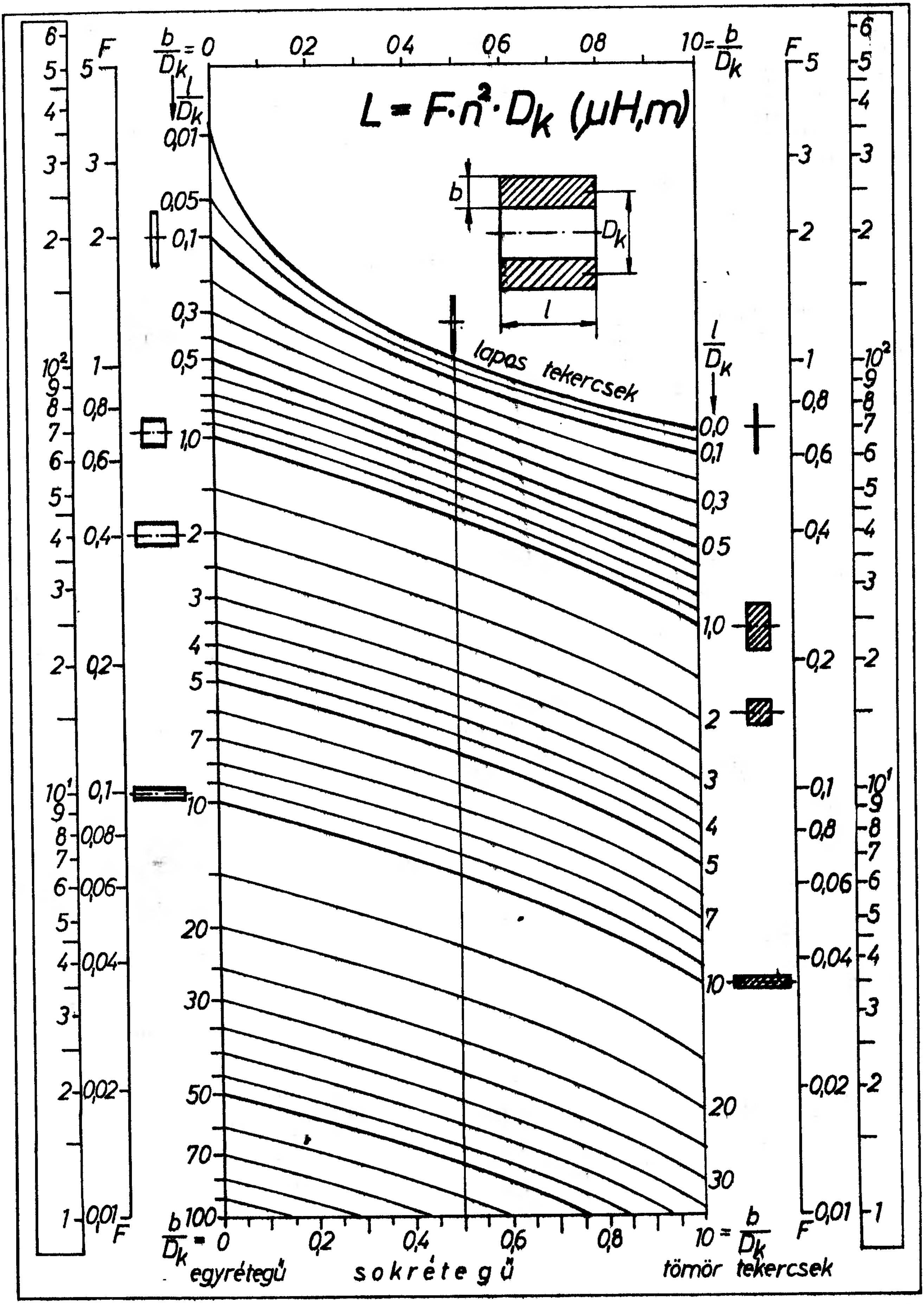
Ez a számítás tehát megmutatta, hogy a méretek megkétszerezése a mágneses ellenállást éppen a felére csökkenti, ami az (1) képlet szerint az önindukció megkétszereződését is jelenti, ha közben a menetszámot nem változtatjuk. Hasonló módon



1. ábra



2. ábra


$L = F \cdot n^2 \cdot D_k$ (μH,m)
$\frac{b}{D_k}$
$\frac{l}{D_k}$
F
lapos tekercsek
egyrétegű
sokrétegű
tömör tekercsek

3. ábra

bebizonyíthatjuk bármilyen tekercsalakra és méretnövelési arányra, hogy — változatlan alak és menetszám mellett — a tekercs önindukciója annak bármely méretével (de célszerűen az átmérőjével) egyenesen arányos. Ez a gondolatmenet tehát az I. pontban vázoltakkal megegyező következtetésre vezetett és alátámasztotta a (3) képlet helyességét. (Így az önindukció számítása minden esetben rendkívül leegyszerűsödik.)

A *hengeres* tekercs méreteit a *2. ábra* szerinti 3 adattal lehet meghatározni.

Vá ɛsszuk a következőket:

l = a tekercs hossza,
b = a tekercselés vastagsága,
D_k = a tekercs középátmérője.

A középátmérőt a tekercselés belső és külső átmérőjének számtani középértékeként (átlagként) kapjuk:

$$D_k = \frac{D_{belső} + D_{külső}}{2}. \qquad (6)$$

Ha a három adat közül a D_k középátmérőt választjuk a tekercs méretének jellemzésére, akkor a tekercs alakjának meghatározására a másik két méretet a középátmérőhöz kell viszonyítanunk. Így két arányt, vagyis viszonyszámot kapunk: a hossz- és a középátmérő hányadosa adja a hosszviszonyt $\left(\frac{l}{D_k}\right)$, a vastagság és a középátmérő hányadosa pedig a vastagságviszonyt $\left(\frac{b}{D_k}\right)$.

Belátható, hogy minden — bármilyen formájú — hengeres tekercs alakját egyértelműen meghatározza ezen két viszonyszám valamilyen értéke (pl. $\frac{l}{D_k} \approx 0$ jelenti a lapos, tárcsa alakú, úgynevezett kosártekercset, míg $\frac{b}{D_k} \approx 0$ a vékony, egyrétegű tekercset jellemzi.)

Megjegyezzük, hogy míg az $\frac{l}{D_k}$ viszony elvileg bármilyen értéket felvehet (vagyis 0-tól végtelenig terjedhet), addig a $\frac{b}{D_k}$ viszony csak 0-tól 1-ig terjedhet.
($b/D_k = 1$ a tömör, vagyis a közepén nem „lyukas" tekercset jelentené, amelynek belső átmérője 0.)

III. Közelítő megoldások

Annak ellenére, hogy — mint láttuk — egy tetszőleges alakú, hengeres tekercs önindukciójának értéke viszonylag kis számú tényező függvénye, ezek összefüggése aránylag bonyolult. Így egyetlen, minden gyakorlatilag lehetséges tekercsalakra érvényes, közvetlenül számításra alkalmas (tehát csak a tekercs adatait felhasználó) képletet nem lehet kidolgozni. A különböző irodalmi források ezért a különféle tekercsalakokra meglehetősen eltérő felépítésű közelítő formulákat ajánlanak. Például: nem túl rövid egyrétegű tekercsekre ($l > 0{,}8 \cdot r$).

$$L = \frac{0{,}3937 \cdot r^2 \cdot n^2}{9r + 10 \cdot l} \ (\mu H), \text{ ahol} \qquad (7)$$

r = a tekercs sugara (cm-ben),
l = a tekercs hossza (cm-ben).

Többrétegű hengeres tekercsekre:

$$L = \frac{(n \cdot D_k)^2}{50/D_k + 2l + 1{,}3 \cdot b \cdot \frac{l}{D_k}} \quad (\mu H, cm) \qquad (8)$$

Nagyon hosszú tekercsekre pedig:

$$L = \frac{(n \cdot D_k)^2}{100 \cdot l} \ (\mu H, cm) \qquad (9)$$

Az ilyen és ehhez hasonló közelítő formulák közös jellemzője, hogy pontosságuk nem mindig ismert (azonkívül különböző alakokra eltérő), alkalmazhatóságuk területe ritkán van egyértelműen körülhatárolva. Ugyanakkor, minél nagyobb pontosságot kívánnak biztosítani, szükségszerűen annál bonyolultabb felépítésűek, ezzel együtt annál nehezebben kezelhetők. Az erősen szélsőséges tekercsalakokra általában nem is alkalmazhatóak. (Pl. nagyon rövid vagy tömör tekercsekre.) A nagyobb pontosságú 0,1% körüli hibahatárral rendelkező összetett számítási módszerek között gyakoriak az olyan eljárások, ahol a tekercsalak viszonyszámainak függvényében táblázatból vagy diagramokból vehető, közelebbről nem részletezett tényezőket még rendkívül bonyolult formulákba kell helyettesíteni (ismételten felhasználva a tekercs adatait is) és velük még különböző további műveleteket kell végezni.

IV. Az egyszerűsített gyakorlati számítási módszer

A pontos számítás érdekében a diagramok vagy táblázatok használata nem kerülhető el. Ennek figyelembevételével az alábbiakban olyan — a szerző tudomása szerint eddig még sehol nem közölt — egyszerű, de minden tekercsalakra érvényes módszert ismertetünk, amely egyetlen, viszonylag könnyen kezelhető diagramot, vagy (nagyobb pontosság esetén) táblázatot alkalmaz.

A (4) számú képlettel értelmezett *F* formatényező — mint láttuk — csak a tekercs alakjától függ, ezt pedig egy- és többrétegű hengeres tekercsekre egyértelműen meghatározza a b/D_k és az l/D_k viszony. A (3) számú, általánosan érvényes formula ($L = F \cdot n^2 \cdot D_k$) azonnal alkalmas lesz rendkívül egyszerű és gyors, ugyanakkor pontos számítások elvégzésére, ha az *F* formatényező diagram vagy táblázat formájában rendelkezésünkre áll.

Az induktivitás kiszámításához szükséges, az egész számítás bonyolultságát magába sűrítő kétváltozós

$$F\left(\frac{l}{D_k}; \frac{b}{D_k}\right)$$

függvény értékeit a gyakorlatban lehetséges valamennyi hengeres tekercsalakra megadja a mellékelt diagramban ábrázolt görbesereg (*3. ábra*).

A diagram, illetve a módszer alkalmazását legjobban számpéldák*kal lehet megvilágítani. Legyenek* például egy többrétegű tekercs adatai:

Külső átmérő:	30 mm
Belső átmérő:	10 mm
Hosszúság:	50 mm
Menetszám:	1000

Az önindukció kiszámításához először az alakra jellemző viszonyszámokat kell meghatároznunk a tekercs méreteiből:

$$D_k = \frac{D_{külső} + D_{belső}}{2} = \frac{30 + 10}{2} = 20 \text{ mm} = 0{,}02 \text{ m}$$

$$b = \frac{D_{külső} - D_{belső}}{2} = \frac{30 - 10}{2} = 10 \text{ mm}$$

$$\frac{b}{D_k} = \frac{10}{20} = 0{,}5$$

$$\frac{l}{D_k} = \frac{50}{20} = 2{,}5.$$

Az *F* formatényezőt a diagramból kapjuk meg úgy, hogy kikeressük az $\frac{l}{D_k} = 2{,}5$-nek megfelelő görbén a $\frac{b}{D_k} = 0{,}5$-ös függőleges vonalra eső pontot és az ábra valamelyik szélén leolvassuk az ezen ponthoz tartozó *F* értéket. (A kétoldalt látható tekercsalakok a gyors tájékozódást kívánják megkönnyíteni.) Jelen esetben: $F = 0{,}221$.

Ezzel az önindukció kiszámítható az általános érvényű (3) képlettel. (Ügyeljünk arra, hogy a D_k középátmérőt méterben kell helyettesíteni!)

$$L = F \cdot n^2 \cdot D_k = 0{,}221 \cdot 1000^2 \cdot 0{,}02 = 4420 \mu H = 4{,}42 \text{ mH}.$$

Teljesen ugyanígy meghatározhatjuk ugyanezen diagram segítségével bármilyen más alakú (pl. egyrétegű, gyűrűs vagy teli „kosár" alakú, azaz lapos, vagy akár „lyuk nélküli" tömör) és tetszés szerinti méretű) légmagos tekercsek önindukciós tényezőjét is.

A gyakorlatban legsűrűbben olyan feladat adódik, amikor valamilyen áramkörhöz előírt önindukciójú tekercset kell készítenünk. Ehhez a tekercs méretezésére vagyis adatainak meghatározására van szükség. Leggyakrabban adva van a tekercstest — és ezzel a tekercs alakja is — a feladat tehát a kívánt önindukció megvalósításához szükséges menetszám és huzalátmérő meghatározását jelenti.

Nézzük például az alábbi problémát: egyrétegű hengeres tekercs készítendő a következő adatokkal:

$D_k = 40$ mm $= 0{,}04$ m
$l = 60$ mm
$L = 180$ μH

Az alakjellemző viszonyszámok ebben az esetben:

$$\frac{l}{D_k} = \frac{60}{40} = 1{,}5 \text{ és } \frac{b}{D_k} = \frac{0}{40} = 0.$$

A diagramból meghatározható a hozzájuk tartozó *F* formatényező. (Egyrétegű tekercsről lévén szó, az erre vonatkozó pontot az ábra bal határvonalán találjuk meg.)

$$F = 0{,}507.$$

Az univerzálisan alkalmazható (3) képlettel meghatározható a szükséges menetszám:

$$L = F \cdot n^2 \cdot D_k \ (\mu H) \text{ Ebből:}$$

$$n = \sqrt{\frac{L}{F \cdot D_k}} = \sqrt{\frac{180}{0{,}507 \cdot 0{,}04}} = \sqrt{8874} = 94{,}2 \approx 94$$

Kiszámíthatjuk a megfelelő huzalátmérőt is.

$$d = \frac{l}{n} = \frac{60}{94} = 0{,}638 \text{ mm.}$$

Leszámítva a szigetelést: zománchuzalból $d = 0{,}6$ mm-es alkalmazandó.

Előfordulhat olyan helyzet is, hogy egy bizonyos célra készítendő tekercs méreteit kell meghatároznunk. Ha a tekercs alakja adott, akkor ebből kiszámítható az $\frac{l}{D_k}$ és $\frac{b}{D_k}$ viszonyszám, és ezekből a diagram segítségével az *F* formatényező. A számítás végeredményeképpen az az önindukció általános képletéből (3) egyértelműen meghatározható a tekercs mérete, vagyis a D_k középátmérő, ebből pedig a viszonyszámokkal a tekercs hossza és vastagsága is.

Ha a méretezendő tekercs alakja nincs megkötve, akkor általában csak többszöri próbálkozással érhetünk célt. (Tetszés szerint felvett tekercsadatokhoz kiszámítjuk az önindukciót, majd az adatokat a megfelelő irányban változtatva a számítást mindaddig ismételjük, amíg a kívánt önindukcióértéket a szükséges mértékben meg nem közelítettük.) Megjegyezzük, hogy az adott hosszúságú huzalból a legnagyobb önindukciót a négyzetes keresztmetszet adja az alábbi alakjellemzőkkel:

$$\frac{l}{D_k} = \frac{b}{D_k} = 0{,}331.$$