BME GTK / Komm. és Médiatud. alapképzés
Komm. tech. szakirány

PÁPAY ZSOLT

A MÉRÉSTECHNIKA ALAPJAI

**"Aztán nehogy összekeverd nekem az A-t,
az Atyaisten, a Mindenható jelképét és
az amperét, az áramerősség mértékegységét!"
- mondja az Úr *Jean Effel* karikatúráján**

BME VIK / HIRADÁSTECHNIKAI TANSZÉK

A mérés az osztás (= bennfoglalás!) praktikus tudása:
`valamiben hányszor van meg valami`.
A többi már csak díszítés.

A méréstechnika alapjai

http://www.hit.bme.hu/people/papay/edu/meres.htm

1. A látszat olykor csal
   Emberi érzékelés kontra műszeres mérés
2. „A dolgok természete, lényege: a szám" (Pitagorasz)
   A mérés folyamata, a mérőeszköz alapstruktúrája
3. Akt[1] modell (a meztelen igazság?)
   A modell mint a mérés feltétele, ill. eredménye
4. „SI? Nem eszi? Nem kap mást!"[2]
   Nemzetközi mértékegység-rendszer (SI)[3]
5. Szóródás a céltáblán / Kockadobások
   Az eredmény minősítése: mérési bizonytalanság, hiba-eloszlások, hibaterjedés
6. A szinusz örökké szinusz
   Jel szintézis (Fourier-sor összeg), spektrum (FFT[4])
7. A kerék trükkje (avagy miért forog visszafelé?) / Hogyan kerekítsünk?
   Mintavételezés, kvantálás
8. A CD[5] titka / Átjáró a valóságos és a virtuális világ között
   Jel digitalizálás és rekonstrukció, A/D[6] és D/A átalakítás
9. Meleg (Hi), hideg (Lo), (védő)föld
   Alapjellemzők mérése
10. A (villamos)mérnök szeme
    Hullámforma megjelenítés, jel analizátor
11. Mint reflexvizsgálatnál a térdkalapács
    Vizsgálójel forrás, hullámforma szintézis
12. Virtuális műszer
    A számítógépes kapcsolat

---

[1] Alapos, konkrét tudás.

[2] Vicinális Dugóhúzó, 1968.

[3] **SI**: Système International d`unitès

„A bűvös hetes" (alapegységek):

[**m**] „Minden dolognak mértéke az ember" (Prótagorasz)

[**s**] kronométer *kontra* GPS (Global Positioning System)

[**kg**] tömeg *kontra* súly [N = kg· m/s^2]

[**A**] forgó-morgó: háztartási (forgótárcsás) „áram"-mérő (egyfázisú, indukciós fogyasztásmérő [kWh])

[**K** = $^\circ$C + 273.16] hőmérséklet

~~[mol]~~ anyagmennyiség (az anyagban lévő részecskék számát jelzi, az elemi egység fajtáját meg kell adni: atom, molekula...) – különbözik a tömegtől!

~~[cd]~~ fényerősség (kis térszögben kibocsátott fényáram és a térszög hányadosa)

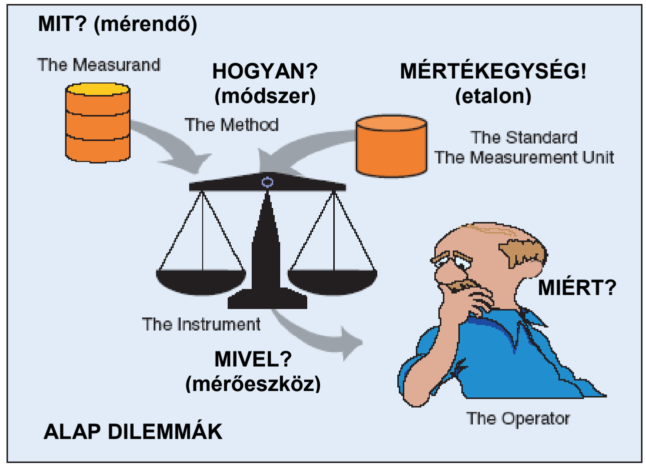
[1 rad = $360^\circ/2\pi \approx 57.3^\circ$] „a Föld kerületének mérése" (Eratoszthenész)

[4] FFT: Fast Fourier Transform (gyors Fourier transzformáció ≈ Fourier-sor felbontás).

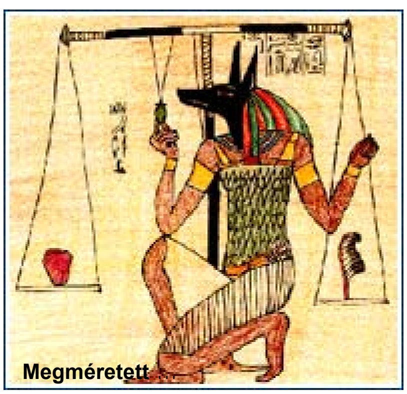
[5] CD: Compact Disc (és *nem* [cd] = kandela, lat. gyertya, ami a fényerősség egysége).

[6] **A** = analóg (**jel**: értékben és időben folytonos), **D** = digitális (**adat**: értékben és időben diszkrét).

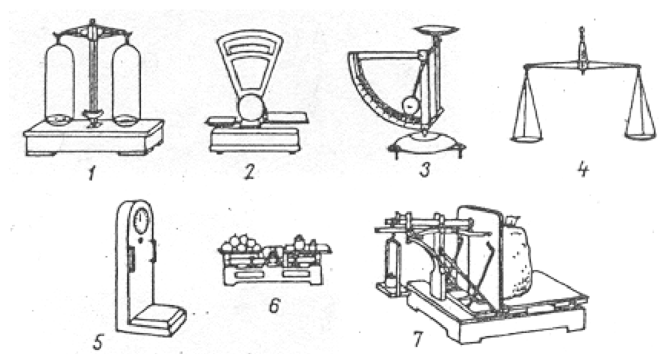
Mérés: tárgyak, jelenségek, folyamatok bizonyos sajátságainak nagyság-meghatározása, amelynek során megfelelő mérőmódszerrel megállapítjuk, hányszorosa a vizsgált sajátság az egységül választott mennyiségnek, a mértékegységnek (Kislexikon, Bp. 1968)
méréstechnika: műszaki tudományág, amely a mérés menetével, eszközeivel, valamint a mérés eredményeit befolyásoló tényezőkkel foglalkozik
Mérésügyi Hivatal[7]**, Országos:** a mérések pontosságának és egységességének országos biztosítására létesített főhatóság (2007. jan.-tól a Magyar Kereskedelmi Engedélyezési Hivatal [MKEH] metrológiai főosztálya, http://www.mkeh.gov.hu/meresugy)



mértékrendszer: összefüggő és egymásba átszámítható [fizikai] mértékegységek összessége, amelyek néhány alapegységre vezethetők vissza
mérték: (1) meghatározott méret
(2) valamely [fizikai] mennyiség meghatározott értékét képviselő hiteles mérőeszköz, az etalon hitelesített másolata
(3) a józanság, szerénység v. ízlés megszabta határ
/ **mértékarány (= méretarány):** a térkép és a terep arányát megadó kifejezés /
/ **metrika:** a verstannak a versmértékkel foglalkozó része, a zenében az ütemek elmélete /



(Negatív konfesszió ...
Hamis súlyokat nem használtam,
A mérésnél nem csaltam soha.)



Mérleg
1. patikamérleg, 2. gyorsmérleg, 3. levélmérleg, 4. kofa- v. kalmármérleg, 5. személymérleg, 6. konyhai mérleg, 7. tizedes mérleg v. mázsa (nem természetes arányokban)

[7] A mérést szabályozó törvények először a csalások megakadályozását szolgálták.
Már a Bibliában is olvasható (Mózes III. [Leviták] könyve 19):
„35 Ne kövessetek el igazságtalanságot az ítéletben, a hosszmértékben, súlymértékben és űrmértékben.
36 Igaz mérték, igaz font, igaz efa, és igaz hin legyen közöttetek."
(mai egységekben: font ≈ 0,5 kg, efa ≈ 22 l [szárazűrmérték], hin ≈ 3,7 l [folyadékűrmérték])
Egyiptomban halálbüntetésre számíthatott az a felelős udvari építész, aki elfelejtette, hogy minden teliholdkor kalibrálja hosszmértékét.
Középkori piaci trükk volt, hogy a gabonát „halmosan" vették és „csappanósan" (csapófával lesimítva a szemeket) adták el. Visszaélésre adott alkalmat a „rázott" mérésmód is (mert tömörültek a szemek): tilos volt a mérőeszközt (edényt) rázni, ütögetni, rugdosni, az ilyet keményen büntették.
Nem nélkülözheti az egységesen szabályozott méréseket sem a köznapi élet, sem a nemzetközi termelés, kereskedelem, tudomány.

A mérés szerepe. A valós világ megértésének, leírásának lényeges eszköze és tudásunk biztos alapja a „mérés”. Lehetővé teszi az objektív megismerést, beavatkozást és az előrelátást. Talán nem túlzás, ha a „mérési képességet” a civilizáció kulcs-elemének tekintjük. A társadalom és a gazdaság a tevékenységek és döntések szinte minden szintjén támaszkodik mérési eredményekre. A mérés mindennapi életünk szerves részévé vált, beépül a termékekbe (fényképezőgép, gépkocsi), a szolgáltatások (víz, gáz, villany) nem nélkülözhetik. Manapság a „mérőeszközök forradalma” zajlik (és ez már negyedik[8] a sorban), köszönhetően az elektronikus jelfeldolgozás, a digitális-, számítás- és kommunikációs-technika (összefogalóan: az információs technológiai eszközök) hathatós alkalmazásának. Ezek beágyazódása eredményezi az „okos műszereket”, amelyek a közvetlen mérési adat (a mérőszám) megszerzésén túl annak célorintált feldolgozását, tárolását, megjelenítését és átvitelét is lehetővé teszik. A távmérés például (akár a műholdas távérzékelésre, a bolygóközi szondákra, az ipari folyamatirányításra vagy az interneten is elérhető – számítógép perifériaként működő – eszközökre gondolunk) ma már napi gyakorlat.

konyhai mérleg

Miért „nehéz”[9] a méréstechnikai stúdium? Először is igen szerteágazó, sokrétű és egyre bővülő az alkalmazási terület (*mit* mérünk), az eszköz-park (*mivel* mérünk), az eljárás (*hogyan* mérünk), a cél (*miért* mérünk) és persze az elvárt pontosság (más terep a laboratórium, egy kohászati gyártósor vagy egy konyha), a tudás-bázis (amire építhetünk), a környezet (ami, mint „zavaró tényező” nehezíti a megbízható mérés kivitelezését), a felhasználható erőforrások (gondoljuk pl. a járművekre vagy a mobil eszközökre), a pénzügyi feltételek, az időkorlátok, az emberi „hozzáállás” (orvosdiagnosztikai eszközök): sokféle szempontot kell tehát egyidejűleg mérlegelni. Szerencsére megragadhatók olyan alapelvek, közös vonások és struktúrák, amelyek segítik az áttekintést (hogy lássuk az erdőtől a fát is).

repülőtéri csomagmérleg

Gyakran mély matematikai, fizikai és egyéb tudás-háttér (pl. technológia), vagyis átfogó természettudományos ismeret szükséges egy-egy mérési eljárás megértéséhez. Szerencsére a mai intelligens műszerek ezt elfedve „barátságos” kezelőfelületen kínálják a sokrétű szolgáltatást. (Analógiaként: a gépkocsi akkor lett általános közlekedési eszköz, amikor használatához már elegendő volt a „vezetni tudás”, és nem volt szükség autó-szerelési szakismeretekre.)

Különfélék a szereplők is: (mérő)eszköz-tervezők, felhasználók (mint kutatók, mérnökök, eladók, háziasszonyok), termelők és forgalmazók, szerviz- és vizsgálóállomás-technikusok, igény-bejelentők[10] (menedzserek), a mérés hitelességéért felelős kalibrálók (etalon-őrzők), akiknek igen eltérő nemcsak az igénye, de a tapasztalata is.

A legnagyobb „falat” mégis a mérési bizonytalanság becslése, ami a mérés minőségét (ismételhetőségét) jellemzi, a mért adat hihetőségét szabja meg. A mérés hibájának több

[8] A tudományban az első nagy változás a *kísérlet* kulcsszerepének felismerése volt (Galilei, XVII. sz.), aztán a *mérés* jelentőségének megerősödése (XIX. sz. eleje), majd a *kutatóműhelyek* és a szervezett képzés kialakulása, valamint a statisztika és *valószínűségszámítás* kifejlődése (XIX. sz. vége).
[9] Ez nem az “elriasztás” szándéka, hanem a **szépség** dícsérete.
[10] Amit mérni szeretnénk és amit mérni tudunk, az nem mindig esik egybe!

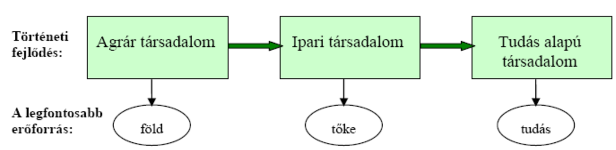
– nem egyformán lényeges – összetevője van (az elv, az eszköz, a módszer, a környezet), specifikálásához a statisztika, a valószínűségszámítás fegyvertára is szükséges, és esete válogatja a szigorúsági igényt.[11] Mentálisan az a tény is gondot okoz(hat), hogy mérési hiba mindig fellép, és annak tartományát csak becsülni tudjuk! De „hibabecslés teszi a méréstechnikust". A hiba helyett gyakran a pontosságot hangsúlyozzuk (mert az pozitív fogalom).
Ezeken túl alapvető a hitelesség megőrzése, az eszköz megbízható mérési képességének fenntartása, ami időszakos ellenőrzést, dokumentumban rögzített kalibrálást (műszaki és jogi ismerteket) igényel.

A mérés nem „varázsvessző". Sőt ennek a fordítottja is igaz: a varázsvessző[12] nem mérőeszköz!

> Kivéve, ha igazi szakértő veszi kézbe, mint pl. Eötvös Loránd: „A középkor előítéleteinek és csodaszereinek lomtárából előkerestem a varázsvesszőt, s azt nem imádsággal, nem is ördöngősséggel, hanem a vesszőhöz, melyről a varázs az idők folyamán amúgy is lekopott, jobban illő mechanikai érvelésekkel arra bírtam, hogy feleletet adjon… Egyszerű egyenes vessző az az eszköz, melyet én használtam, végein különösen megterhelve és fémtokba zárva, hogy ne zavarja se a levegő háborgása, se a hideg és meleg váltakozása. E vesszőre minden tömeg a közelben és a távolban kifejti irányító hatását, de a drót, melyre fel van függesztve, e hatásnak ellenáll és ellenállva megcsavarodik, e csavarodásával a reá ható erőknek biztos **mértéket** adván." (Természettudományi Közlöny, 1901. jún.)

Kellő mértéktartással kell fogadni minden olyan, az objektivitás mezében feltűnő „mérés"-nek nevezett eljárást, amely valójában pusztán sorrendet („rang-skálát") próbál megállapítani szubjektív értékítélettel. Sokan ugyanis mindenféle felmérést (vizsgálódást, adatgyűjtést) is mérésnek igyekeznek feltüntetni. Főként akkor kell az „eredmények" értelmezését igen körültekintően végezni, ha – ilyen háttérrel – az objektív mérést valóban jellemző magyarázó és jósló erőt is megpróbálják kihasználni (némi haszon reményében).

Kell-e azt tudni, „hogyan működik"? Egyrészt az ember természetes kíváncsisága igényli a háttér feltárását. Ennél fontosabb, hogy a – különböző szintű – megértés nemcsak az eligazodást és választást[13] segíti, de az optimális eszközhasználat záloga is: hogyan lehet a képességeket igazán kihasználni. A tudás-bázis pedig akkor igazi erő, ha nem rutin feladat-megoldás kerül szóba.



---

[11] Napi életünknek *nem* igazán része a hibabecslés. A korszerű számjegyes értékmegadás ugyanis azt sugallja, hogy az adat „pontos", és csak kirívó esetben (gyanítható „átverésnél") foglalkozunk a mérés hibájával. A mindennapi kereskedelem a megbízhatóságot (a jó ismétlőképességet) várja el, és nem igényli a lehető legkisebb mérési bizonytalanságot (kivéve az idő mérése esetén, mint pl. a GPS), amit viszont megkövetel a fizika, különösen a kvantumfizika.

Megjegyzés: csak a **makroszkopikus világ** méréstechnikájának alapjait tekintjük át.

[12] "A geofizikai *mágia* kézi készüléke" (gyakran, lazítva a trükköt, azt állítják, hogy a különleges érzékelés nem a pálcában történik, hanem a "mérést" végző személyben…).

[13] A technológia fejlődése ugyan egyre gyorsuló ütemben cseréli le a régi eszközöket (gondoljunk pl. a vérnyomás mérés hagyományos és mai eszközeire), de az egymás mellett élő eszköz-generációk hosszú ideig piacképesek (lehetnek). Az igen eltérő alkalmazási feltételek is „kitermelik" a sokféleséget (lásd pl. mérleg).

1. A látszat olykor csal

Emberi érzékelés kontra műszeres mérés

Először csodálkozunk, majd kérdezünk, később kutatunk.

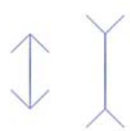
1. Az ember sajátja, hogy a környezet változásai által keltett ingereket megérzi, felfogja, rendszerezi és megfelelően válaszol rájuk.
A valóság megismerésének kezdete az érzékelés (érzet), ennek tudati tükröződése az észlelés. Az érzékelt „jelekből” (az ingerekből) a tudat kiszűri a lényegteleneket és csak a (meghatározott szempontok szerinti) lényeget észleli.

Hagyományosan öt érzékszervről beszélünk: látás, hallás, ízérzés, szaglás, tapintás. (A „hatodik” érzék valamiféle „megérzés” [parapszichológiai jelenség]). Valójában persze több érzékünk van, érzékeljük pl. a fájdalmat, hideget, meleget, testünk helyzetét, az izmok állapotát. Ezeknél nem fejlődött ki elkülönült érzékszerv: a bőrben, izmokban, stb. található idegvégződések szolgálnak felvevőként (ún. test-érzékelés). Az érzékszervek a tárgyak egyes elszigetelt tulajdonságait fogják fel.

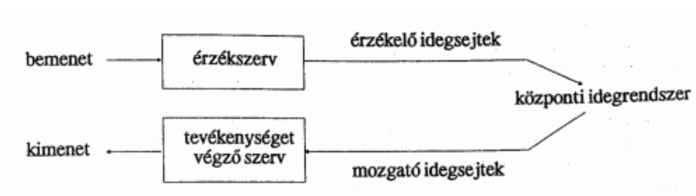
Az érzékelési tapasztalat (érzéki „mérés”) a befogadással, a receptornak nevezett idegsejt ingerlésével kezdődik. Az érzékszervek (szenzorok) szelektívek, érzékenységük véges (ún. ingerküszöb), és egy idő után „eltompulnak” az állandóan ható ingerre. Ha az ideg-ingerület létrejött, az egyes érzetek felfogása és értelmezése az agykéregben történik. Ha az ingerület tudatosul, létrejön a felfogás (percepció), amely az ingereknek az egyéni tapasztalatokon alapuló összesítése és értelmezése:

(jel →) érzéklet → (szűrés →) észlelet → képzet → fogalom

Az érzékelés elválaszthatatlan a gondolkodástól. Jóformán csak azt vagyunk képesek észlelni a környezetünkből, amire van kialakult sémánk. A séma (≈ minta, információk összeszerveződése) kialakulásának pillanata gyakran a hirtelen megértés öröme, az ún. „aha érzés”. A „beugratós” ábráknál például az optikai csalódás (félreértett vizuális inger) azért jön létre, mert a látvány egymásnak ellentmondó jeleket tartalmaz, és ilyenkor az „erősebb” jel hatása dominál, még ha tudatunk jelzi is ezt az ellent-mondást. (Müller-Lyer-illúzió: a függőlegesek hossza *egyenlő*, mégis a baloldali tűnik rövidebbnek, a nyilak helyzete miatt.)



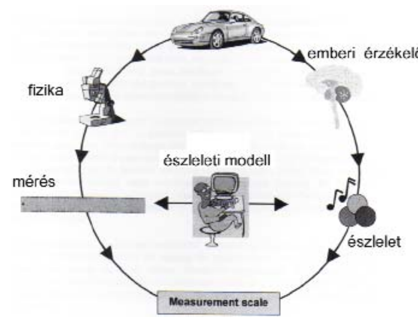
A mai kor trendje (az információ- és rendszerelmélet) szerint: a környezetről nyerhető érzet = *információ*, az élőlény = *információ-feldolgozó* rendszer, melynek jellegzetessége az önszervező képesség és a minta-felismerésre való alkalmasság (ez utóbbi tanulással tökéletesedik). Ha az érzékelés nem megfelelő, vagy a tapasztalat nem elegendő az inger megértésére, a válasz sem lesz tökéletes.



2. Az embert az is jellemzi, hogy érzékszervei mellett eszközeit is felhasználja a különféle információforrások „érzékelésére” (mérésére). A mérőeszközökkel, képletesen szólva, az ember meghosszabbítja érzékszerveit;
másrészt átlépi a közvetlen megfigyelés korlátját, amely abból adódik, hogy csak a biológiailag jelentős ingerek felvételéhez szükséges érzékszervei alakultak ki.

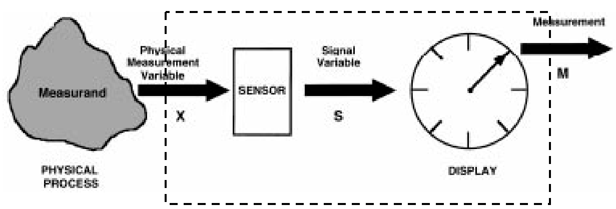
> „Szemem, fülem lemond szolgálatáról,
> Ha a távolnak kémlem titkait.”
> [Madách: Az ember tragédiája, III. szín]

Mivel a közvetlen érzékelésen alapuló ismeret csak kevés tulajdonság (minőség, kvalitás) értelmezéséhez szolgáltat alapot, a mérés a kapocs a jelenségek *valós* világa és a tudás *virtuális* világa között.

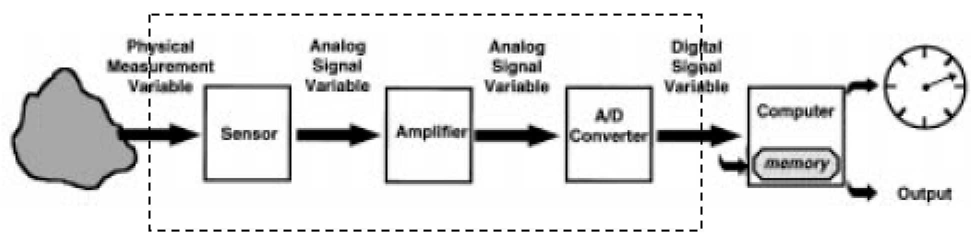


A **mérés** az a gyakorlati, eszközt használó művelet (tervszerűen végrehajtott információszerzés), amely egy tulajdonság nagyságához (a mennyiséghez, a kvantitáshoz) *numerikus* adatot (mért értéket) rendel.
A számszerű jellemzés megakadályozza az egymáshoz „bármilyen közel" álló minőségek összetévesztését.
A mérés legyen objektív: csakis a mérendő mennyiségről adjon információt (és azt lehetőleg ne befolyásolja más környezeti hatás), és másoknak is *ugyanazt* jelentse a mérési eredmény.

Ezzel szembeállítható a szubjektív emberi **érzékelés**, amely nemcsak az érzékelt dologról közöl információt, hanem saját észleleti állapotáról is, és más személy ugyanazt egészen eltérően érzékelheti.



Azért szögezzük le: ahogyan az érzékelésnél a **szenzor** (az első lépés!) szerepe alapvető, ugyanígy van a mérésnél is! De a szelektív és pontos technikai mérő-érzékelő[1] csakis a mérendőről ad(hat) megbízható információt. Ha a szenzor jele kicsi, akkor azt fel kell erősíteni, és a mai korszerű műszerek a mérőszámot emberi közreműködés (skála-leolvasás) nélkül, automatikusan állítják elő (az ún. A/D[2] átalakító segítségével).



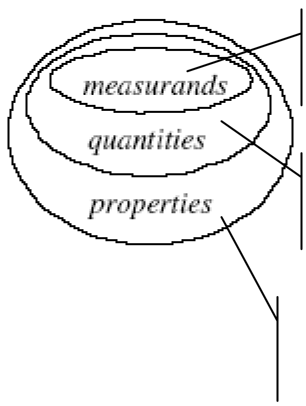
Az emberiség fejlődése és a technikatörténet – benne a megfigyelés, majd a mérési tevékenység – egymástól elválaszthatatlan. Legfontosabb érzékszerveinkhez a fizika egy-egy ága kapcsolható: látás → fénytan (optika), hallás → hangtan (akusztika), tapintás és mozgásérzékelés → erők és mozgások tana (dinamika, kinematika), hőérzés → hőtan (termodinamika). Ezekhez jön még az elektromosság és a mágnesesség, amelyekhez az

---

[1] "Szenzor" elnevezés alatt olyan (mérő)átalakítót értünk, amely a mérendő paraméterrel arányos **villamos jel**et produkál (mert a villamos jelek további alakítása, számítógépes feldolgozása minden más eljárásnál kedvezőbb). Van olyan nézet, hogy „a méréstechnika = a szenzorok (mérő-átalakítók) technikája" (mert a többi lépés már az információs technológiai eszközök dolga). A másik véglet: az „érzékelők *és* műszerek" szétválasztása (persze „villamos jelet mérő" műszerről van szó).
A „mérés" a mérőszám előállítását jelenti, ezért a szenzor és minden, ami ehhez kell (pl. a szenzor-jel kondícionálása, átalakítása, feldolgozása, és emberi megfigyelésnél a mért érték megjelenítése), a mérés része! Ezután a szemlélettől függ vagy praktikus megfontolás motiválja, hogy mit tekintünk még a mérő-eszköz szerves részének.
[2] **A** = analóg (**jel**: értékben és időben folytonos), **D** = digitális (**adat**: értékben és időben diszkrét)

embernek nincs érzékszerve.[3] (Szagló és ízlelő érzékeink viszont kémiai hatásokra reagálnak.) Érzékszerveink sok tekintetben tökéletlenek és a kvantitatív (mennyiségi) kapcsolatok érzékelésére többnyire alkalmatlanok. A fejlődés egyre távolabb vitte az *objektív* fizikát az eredetétől,[4] az ember *szubjektív* érzéki benyomásaitól. (A fizika többi fejezete: az atom- és kvantumfizika, a relativitáselmélet sem a köznapi tevékenységből, nem a praktikus-empirikus ismeretekből nőtt ki.) A természettudományok – és így a fizika – egy-egy ága speciális méréstechnikai kultúrát is kialakított.

3. A mérés alapja a *kvantifikáció* (jól definiált minőségek mennyiségi összehasonlítása), és a „hagyma-modell” azt is jól szemlélteti, hogy a (mai ismereteink szerint) *mérhető* mennyiségek köre a legszűkebb. Egy tulajdonság akkor válik kvantifikálttá, majd mérhetővé is, ha mibenlétére, kiváltó okára vagy az általa kiváltott hatásra magyarázatot találunk, ezeket elemezni tudjuk.[5] (Ebben a láncban előrelépés akkor történik, ha a meglévő ismeretek alapján lehetséges, a gyakorlatban pedig szükséges.)



mért érték (mérés – egység és skála használata)
számérték megadás (metrika): **numerikus adat <u>és</u> egység**

↑

nagyság (mennyiség)
összehasonlítás (kvantifikáció): **rendezés**

↑

tulajdonság (minőség)
osztályba sorolás (klasszifikáció): **izolálás**

Egy mennyiség számszerű jellemzéséhez (a méréshez)

- a rendezettség (kisebb, nagyobb vonatkozás, ill. egyenlőség értelmezése) és
- a metrika (egység, nullapont, skála)

megléte[6] kell. Az egység és skála választása *önkényes*. A nullapont lehet „természettől adott” (mint pl. a tömeg vagy az abszolút hőmérséklet esetén), vagy „megállapodás szerinti” (mint pl. az időpont /dátum/ vagy a hőmérséklet $^{\circ}$C skálája esetén).

A rendezés (a kisebb-nagyobb viszony meghatározásával, *egység nélkül*) ún. <u>sorrendi</u> <u>skálán</u> tájékoztat a nagyság értékeiről. Klasszikus példa a „Rockwell /Mohs, stb./ skála” (anyag-keménység), de ilyen az „osztályzat” (oktatás), a „Richter-skála” (földrengés-erősség), a „Beaufort-skála” (szélerősség[7]), „oktánszám” (üzemanyag), „UV-index” (sugárzáserősség)...

---

[3] Csak közvetett hatás érezhető: pl. az áram hatása a testen, vagy kémiai reakció a nyelven (ha zseblámpa-elem pólusai közé tesszük); vagy az indukciót kísérő hatások megfigyelésével szerezhetünk tudomást a gerjesztett mágneses térről.

[4] Érdeklődőknek *ajánlott* olvasmány – Fényes Imre: A fizika eredete (Az egzakt fogalmi gondolkodás kialakulása. Történeti-logikai-ismeretelméleti elemzés), Kossuth Könyvkiadó, 1980.

[5] Ma, amikor nemcsak természeti, hanem társadalmi (gazdasági, kulturális), emberi (pszichológiai) jelenségeket és folyamatokat is kiterjedten „mérünk” (mint pl. fogyasztói elégedettség, intelligencia), vagy amikor olyan mérési módszereket keresünk, amelyek az emberi érzékeléssel vagy észleletekkel *korreláló* eredményeket tudnak szolgáltatni (*soft* measurement), az elsietett és nem kielégítő kvantifikáció félre-érthető eredményekre vezethet.

[6] ún. Carnap-feltételek

[7] A szélerősség (nyomás, sebesség) mérhető műszerrel is, tehát a kvantifikáción túl ismert a metrika. De „emberi fogyasztásra” az egyszerű sorrendi (vagy rang-) skála megszokottabb (lehet).

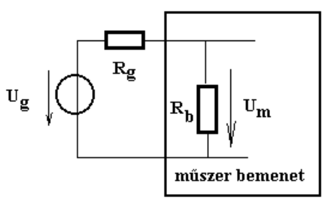
Mérésnél az adott Δx **egységű** és nullponttal rendelkező (egyenletes) skálán leolvasott N **számérték** az $m = N\bullet\Delta x$ (szimbolikus) szorzat[8] formájában definiálja az m mért értéket, ez tehát arány skála ($\rightarrow$ a mérőszám arányt jelöl: $N = m/\Delta x$).

Speciálisan, ha a zéruspont megegyezés szerint jelölhető ki, akkor ez intervallum skála, azaz $m = N\bullet\Delta x + c$, ahol c konstans. Itt *nem* beszélhetünk pl. kétszeres értékről (mint a hőmérséklet $^{\circ}$C skálán leolvasott adatai vagy az időszámítás adatai esetében).
A skálától függ, hogy a mért adatokkal milyen további logikai, matematikai (statisztikai) műveleteket végezhetünk.

5. A mérőeszköz (mint az érzékelés is) specifikus: döntő szerephez csupán egyetlen alapvető fogalom jut, és természeti tárgyként csak a legritkább esetben található (az óra, a hőmérő nem az égből hullott, mint Attila kardja). Még a legegyszerűbb eszköz, a méter őse (a könyök) sem triviálisan adott, nincs mellékelve hozzá mérési utasítás.
A mennyiség fogalma és a műszer egymásba fonódó megismerési folyamat eredményei, az eszköz megalkotásánál (és használatánál) nem nélkülözhető a kreativitás: nemcsak technológia, „művészet” is.

6. A mérés mindig kölcsönhatás, enélkül a mérőeszköz nem szerezhet tudomást a mérendőről. A mérőeszköznek a mérendőt befolyásoló (terhelő) hatását elfogadható szinten kell tartani.

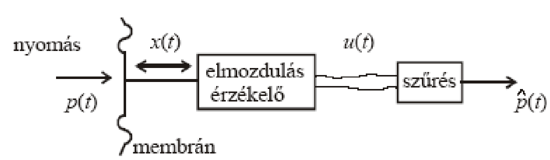
(a) Elemi példa: R_g (= 20 Ω) belső ellenállású U_g forrásfeszültség mérésénél, ha a mérőnek R_b (= 1 MΩ) a terhelő ellenállása, akkor – az ismert feszültség-osztás képlet alapján – a mérendő U_m feszültségnek eleve $h \approx (R_g/R_b)$ relatív hibája[9] van.
Következtetés: legyen a feszültség-mérő műszer *nagy* bemenő ellenállású, hogy ne terhelje a mérendőt!



$$U_m = U_g \frac{R_b}{R_b + R_g}$$

(b) Minden észlelés szükségképpen energiaátvitellel jár. Még ha kis mennyiségben is, de energiára van szükségünk, hogy érzékszerveink (szemünk, fülünk, ...) ingerhez jussanak. Ezért a nagyon finom, nagyon kis dolgok észlelése/mérése alapvető korlátokba ütközik.

7. Az érzékelő tartalmazhat jel(tulajdonság /minőség/)-átalakítást is, pl. nyomás: p(t) $\rightarrow$ elmozdulás: x(t) $\rightarrow$ villamos jel: u(t), vagyis a mérésben több jelátalakító is szerepelhet, hogy a végső célt, a villamos jellé alakítást elérjük (annak kitüntetett szerepe miatt).



A szűrés „tisztítja” a mérendőt: segíti a nemkívánatos (zaj) jelek eltávolítását mérés előtt. Ez a funkció (mint sok más feldolgozás is) a villamos jelek tartományában realizálható hatékonyan.

---

[8] A trükk: N decimális szám, ha Δx a mértékegység tíz egész számú hatványa, akkor tizedespont-jelölés és egység-rövidítés **közvetlenül** adja az eredményt, pl. $N = 1234$ és $\Delta f = 10$ Hz, a mért érték: „12.34 kHz”.

[9] Mert $\dfrac{R_b}{R_b + R_g} = \dfrac{1}{1 + (R_g / R_b)} \approx \left(1 - \dfrac{R_g}{R_b}\right)$ mivel $(R_g/R_b) << 1$, és így $1/(1+y) \approx (1-y)$.

Felhasználva a számértékeket: $h \approx 20\cdot10^{-6} = 2\cdot10^{-3}$ % = 0.002 %.
Megjegyzés: ha ismerjük ilyen mérésnél az aktuális ellenállás értékeket, akkor számítással korrigálhatjuk a mérési eredményt: $U_g = U_m(1 + R_g/R_b)$.
Gyakran ezt nem teszük meg, mert U_m tényleges mérésének hibája ennél általában nagyobb.

2. „A dolgok természete, lényege: a szám” (Pitagorasz)[1]

A mérés folyamata, a mérőeszköz alapstruktúrája

A kvantitatív magyarázat egyúttal jóslási lehetőséget is ad.

1.(a) A mérés gyakorlati, eszközt használó művelet: előállítja az x ismeretlen, mérendő mennyiség N **mérőszámát** (és megismételhető, mentes a szubjektivitástól). A metrika alapegyenlete:

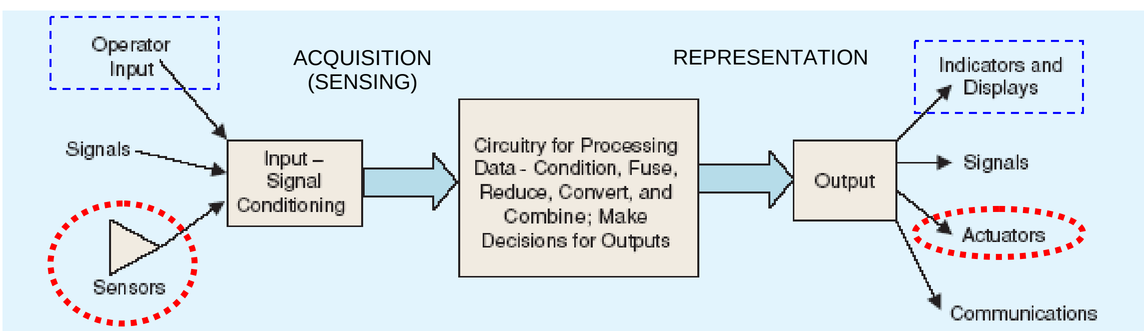
$$x(1+h) = m = N \cdot \Delta x \quad \longrightarrow \quad \frac{x}{\Delta x}(1+h) = N$$

ahol m: mért érték, Δx: **egység**, h: relatív hiba. Osztást kell megvalósítani, ennek módja:

- ember: skála, mutató leolvasás („analóg” műszerek esetén)
- gép: **A/D átalakító** („digitális” műszerek)

A mérés tehát „jel(Analóg: x) → adat(Digitális: N)” leképzés, formálisan: $(x, \Delta x) \rightarrow N$. Ez az ún. digitalizálás egyik alapművelete, a kvantálás. (Rejtve a másik, a mintavétel is „benne van”, mert mindig véges idő kell N előállításához.)
A mérőeszköz általános struktúrája gyakran nem tünteti fel a Δx mértékegységet, pedig referencia nélkül nincs mérés! A mérő-érzékelő (szenzor) kulcselem a láncban.

x: **mérendő**	JEL és ADAT FELDOLGOZÁS (**egység:** Δx)	N: **mérőszám** (értelmező egység: Δx, **minőség**: h, relatív hiba)



ÉRZÉKELŐK — Bemeneti jel-kondícionálás — Kimeneti adat-formálás — BEAVATKOZÓK, Adatátvitel

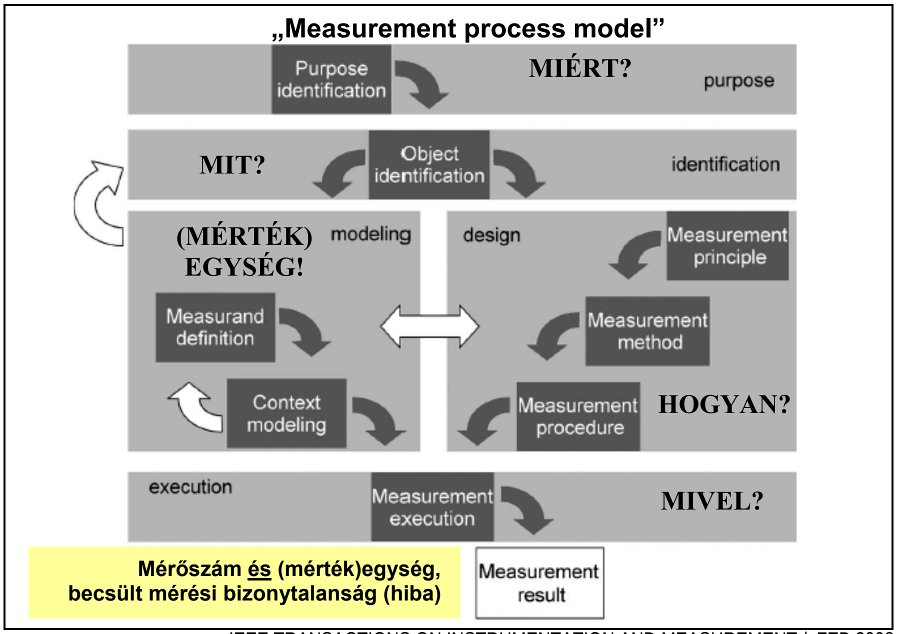
(b) Ha a mért értékre (pl. beavatkozáshoz) valóságos, **fizikai jel**ként van szükségünk, az

$$m = N \bullet \Delta x$$

(hibrid) szorzást kell megvalósítani. (Azért „hibrid”, mert a szorzat egyik tagja szám, a másik pedig fizikai egység, dimenziós mennyiség).
Ez az ún. rekonstrukció egyik alapművelete. Ennek eszköze a **D/A átalakító**, ami tehát az „adat(Digitális: N) → jel(Analóg: m)” leképzést valósítja meg, formálisan: $(N, \Delta x) \rightarrow m$.
A mérési tevékenységnek része ez a „fordított művelet” is, amit a vizsgáló-jel források (generátorok) testesítenek meg.

[1] Amit később Galilei így fogalmazott meg: “A természet könyve a matematika nyelvén íródott”. Vagyis nehéz úgy beszélni egy természettudományról, hogy elhagyjuk a matematikai nyelvet.

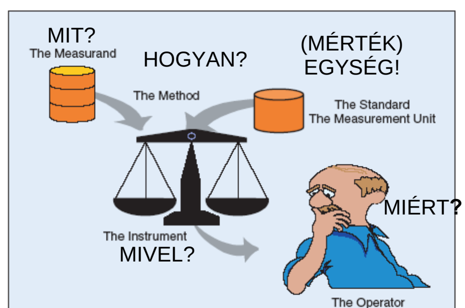
Any measurement is motivated by a specific purpose.
At first, the object is identified, and the measurand is defined (e.g., volume and time), along with the measurement context (e.g., environmental factors). **Then**, a measurement principle that influences the measurement method is chosen. **Finally**, the application of the chosen measurement procedure produces the results.
(White arrows correspond to feedbacks, whose presence highlights the complexity of this knowledge-based process.)



IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT / FEB 2008

Cél (purpose): minden mérési folyamatot meghatározott igény motivál (a felvetett problémára a méréstől remél megoldást); a kezdet a szándék, a cél meghatározása

A mérés tárgya (object) → mérendő mennyiség
Mérendő mennyiség[2] (measurand): a mérés tárgyát képező konkrét mennyiség. Minden mérés megköveteli, hogy a mérendőt egyszer egyértelműen definiáljuk, és ezen felül valamilyen (mérték)egységet (unit of measurement) állapítsunk meg számára
Befolyásoló mennyiség (influence quantity): a mérendő mennyiségtől különböző olyan mennyiség, amely (kedvezőtlen) hatással van a mérési eredményre; ez a környezeti hatás modellezése (context modeling)



IEEE I&M MAGAZINE / JUN 2006

Elv (principle): a mérés tudományos alapja
Módszer (method): a mérés elvégzéséhez szükséges – a mérési elvre alapozott, fő vonalakban leírt – műveletek logikai sorrendje
Eljárás (procedure): egy adott mérés során – a mérési módszernek megfelelő módon – elvégzendő, részletesen leírt, konkrét műveletek összesége
Végrehajtás (execution): maga a közvetlen mérés annak megállapítását jelenti, hogy a mérendő mennyiség a mértékegységnek hányszorosa,[3] ez a mérőszám. Ezen kívül azt is meg kell adni, hogy a mért érték milyen bizonytalanságú, mennyire hihető

Megjegyzés: a fehér nyilak szemléltetik az alkotóelemek közötti visszacsatolást, ami jelzi, hogy a mérés – ez a tudás-bázisú folyamat – milyen összetett és iteratív művelet

[2] A mérés szakszókincsét nemzetközi értelmező szótár foglalja össze (**VIM:** international Vocabulary of basic and general terms In Metrology).
[3] Egyszerű formula a "Maxwell-tény" (ahogy Price nevezi): **"mért érték = mérőszám • egység"**. Ez a szorzat persze *formális*, abban az értelemben, hogy nem kell elvégezni: az egység *értelmezi* a mérőszámot. (Ha viszont ezt az értéket fizikai mennyiségként kell előállítani, pl. beavatkozó vagy vizsgáló jelként, akkor ehhez olyan eszköz [D/A átalakító] szükséges, ami ezt a szorzást *valóságosan* is elvégzi!)

2. A *kezelő szervek* teszik lehetővé az emberi beavatkozást, a mérőeszköz *bemenete* a hasznos információt – zajjal terhelve – tartalmazó megfigyelés (a mérő-érzékelő specifikus bemenete, mérésre közvetlenül alkalmas jel), *kimenete* pedig a keresett információt – minél tisztább állapotban – tartalmazó mérési eredmény (mérőszám /amit az egység értelmez/, beavatkozásra alkalmas jel, átvihető adat). A mérést megvalósító soros **műveleti lánc** jól elkülöníthető lépései (funkcionális feladatai):

- érzékelés – az első lépés (a szenzor),
- kondícionálás – a kritikus lépés,
- mérőszám generálás – a lényeges lépés (A/D átalakítás[4] /a mérés/),
- feldolgozás – a meghatározó lépés (DSP[5] /a numerikus-minta kezelés/),
- mért érték megjelenítés – a végső lépés.

3. A mérés megtervezése összetett folyamat, de a tényleges végrehajtás (vagy a rutinszerű alkalmazás) fázisában az alkotóelemekre – ahogyan azt a vázlat is szemlélteti – már nem gondolunk. Használjuk az eszközt, bízva abban, hogy „jól” működik (és érdektelen, hogy ”mi van a dobozban”). Tudjuk persze, hogy a mérőeszközök és módszerek „nem vakon” készültek – elég csak egy pillantást vetni a **mérési folyamat** vázlatos modelljére, ezért ennek tanulmányozása („milyen megfontolások indokolják az alkalmazott fogásokat”) és megértése segíti az optimális eszközhasználatot.

4. A mérési eljárást realizáló mérőkészülék felépítésében – az egyszerű, hagyományos mérőműszertől eltérően – lényeges szerepet játszik az információ- (jel- és adat-) feldolgozás, de ez még nem kerül túlsúlyba, mint az összetett mérőrendszer esetén.[6]

> A „műszer” egy meghatározott mennyiség mérését végzi, megvalósításánál az érzékelő és a mért érték megjelenítés kialakítása az alapprobléma. A „készülék” döntően **diszkrét** (mintavételezett és kvantált) **adatokkal operáló mérési eljárás**okat alkalmaz, így hangsúlyos a jel-kondícionálás és adatfeldolgozás (ami nyers adatok helyett a felhasználó igényei szerinti eredmény szolgáltat), és gyakran univerzális az eszköz: többféle eltérő mennyiség[7] mérésére is alkalmas. Különféle (rendszerint intelligens) mérőkészülékeknek meghatározott információs kapcsolatokkal rendszerbe szervezett együttese a „rendszer”, amelynél az adatáramlás és -feldolgozás megszervezése a fő feladat.

5. Legyen pl. a mérendő: egy periodikus jel **frekvenciá**ja. *Két mérési módszer* közül is választhatunk (a döntésnél fő szempont a kisebb hiba, azonos mérési idő mellett).

(a) a frekvencia = ismétlődési gyakoriság, a periódusok száma egységnyi idő alatt

> Speciális (de fontos) jel a 2π szerint periodikus **szinusz** hullámforma: $sin(\omega t)$, ahol a szög (a fázis) $\varphi = \omega t = 2\pi f t$, és f a mérendő frekvencia. Jelölje N az előre rögzített $t = \tau$ idő-tartam alatt fellépő egyirányú **nullátmenetek** (= periódusok) számát, így $2\pi \cdot f\tau \approx 2\pi \cdot N$, azaz $f \cdot \tau \approx N \;\rightarrow\; f \approx N \cdot (1/\tau) = N \cdot \Delta f$. (Pl. $\tau = 0.1$ s esetén az **egység** $\Delta f = (1/\tau) = 10$ Hz.)
>
> *Mérési módszer*: nullátmenet (= periódust azonosító esemény → impulzus) **számlálás**, az egységet (és egyben a mérési időt is) meghatározó τ kapuidővel; jelkondícionálás: csakis egyetlen számlálható impulzus (↑) előállítása nullátmenetnél; mérőszám: a számláló (Σ) tartalma (N), ami feldolgozás nélkül, **közvetlenül** mért értékként megjeleníthető.

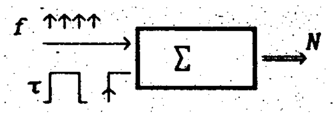
---

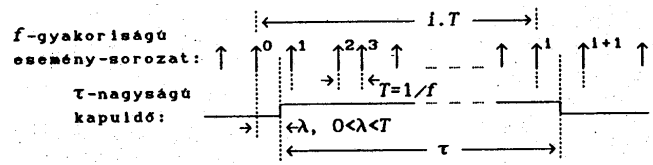
[4] ADC: analog-to-digital converter. (Gyakorlati cél: már a szenzornál digitalizálni!).

[5] DSP: digital signal processor (speciális, a mérési adatok – felhasználói igény szerinti – kezelésére, a különféle jelfeldolgozó algoritmusok hatékony végrehajtására optimalizált processzor).

[6] A mérőeszközök fejlődéstörténetét tekintve is hasonló kategóriákhoz juthatunk, de nincs éles határvonal (különösen ma, amikor az adatfeldolgozó /mikroprocesszor/ „beköltözik” a készülékbe).

[7] Pl. DMM (digitális multiméter): egyen/váltakozó feszültség és áram, ellenállás, frekvencia, periódusidő.





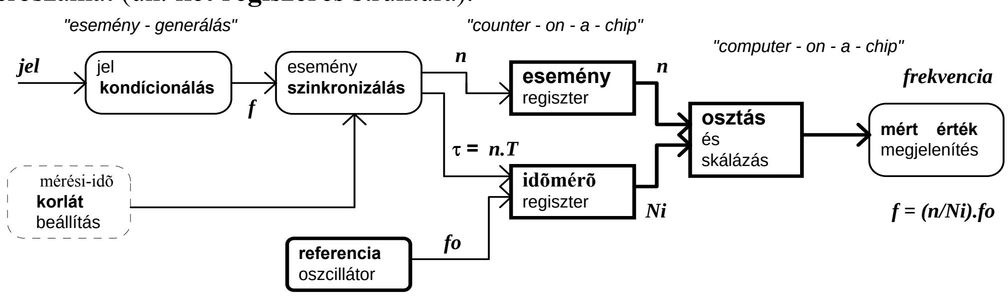
A számlálásnál elkövetett hiba: az ábra alapján belátható,[8] hogy az $f{\cdot}\tau + c$ = N metrikai egyenletben a hiba (count error) tartománya $|c| < 1$. Így a relatív hiba max. értéke: h_{max} = 1/N, ez mérőszám (és így mérési idő) függő! Kisfrekvencián ezért pontatlan a módszer. (Pl. f = 50 Hz, τ = 1 s $\rightarrow$ h_{max} = 2 % !) A megvalósítás viszont egyszerű.

(b) a frekvencia = a T periódusidő reciprok értéke (f = 1/T)

A *módszer*, ami tipikus példa a „közvetett" mérésre, *két lépés*ből áll: periódusidő mérés, majd ezután reciprok-számítás (és ez „örökli"[9] a relatív mérési hibát).

1: A periódusidő mérés módja ugyancsak **számlálás**, de most – előre rögzített **n** periódusnak megfelelő – $\tau = \mathbf{n}{\cdot}T$ kapuidő alatt számlálunk ismert, f_0 gyakoriságú referencia eseményeket. A mérés eredménye: $N_i \approx f_0 \cdot \mathbf{n}T \rightarrow T \approx N_i \cdot (1/\mathbf{n}f_0) = N_i{\cdot}\Delta T$.

1. *probléma*: előírt mérési-idő korlátnál „nem láthatjuk előre" **n** értékét.
Megoldás: külön regisztráljuk (számláljuk) a mérési-idő korláttal behatárolt, ismeretlen **n** periódus számot, miközben mérjük az ehhez tartozó (ismeretlen, **n**T nagyságú) időtartam N_i mérőszámát (ún. **két regiszeres** struktúra).



2. *probléma*: függetlenül az időkorláttól **n** ≥ **1** (egész) szükséges.
Megoldás: egyszerűen az időkorlát kezdő pontját követő első eseménytől kezdve kell regisztrálni és mérni, egészen a záró időpontot követő eseményig (ún. **esemény szinkronizálás**). Így a lehetséges **n** (≥ **1,** egész) szám automatikusan (!) igazodik a mérési-idő korlát beállításhoz, az eszköz tehát „okos" (smart), csak a mérési idő beállítását igényli.

2: $f\,(=1/T) \approx (\mathbf{n}/N_i){\cdot}10^k{\bullet}(f_0/10^k) = (\mathbf{n}/N_i){\cdot}10^k{\bullet}\Delta f_{REC} = N{\bullet}\Delta f_{REC}$, ahol k az osztás szóhossza és $\Delta f_{REC} = (f_0/10^k)$ a **mértékegység** (a hányados értéke mindig: $\mathbf{n}/N_i < 1$). Ha a display-szóhossz: d, akkor – v számú *vezető nullát* elnyomva (!) – lehet k = v + d.
Probléma: valójában hány k számjegyre végezhetjük el az osztást? (Elvileg nincs korlát.)
Megoldás: a mérés relatív hibája ($1/N_i$) öröklődik, ezért a számított érték relatív felbontása $(\Delta f_{REC}/f) \geq (1/Ni)$ legyen. Jó közelítéssel $N_i \approx f_0{\cdot}\tau$, ahol τ a mérési idő, így célszerűen

$$\Delta f_{REC} \geq \frac{(1/f_0)}{\tau} \cdot f = \frac{"idő\_alap"}{"mérési\_idő"} \cdot "mérendő\_frekvencia"$$

az egység értéke. (Pl. f_0 = 100 MHz = 10^8 Hz esetén „8 digit/sec" lehet a felbontás!)

(c) Következtetés: egészen f_0 frekvencia értékig a (b) *reciprok módszer* előnyösebb (miért?), az ár: összetett készülék felépítés. (Választhat-e (a) és (b) között egy automata?)

---

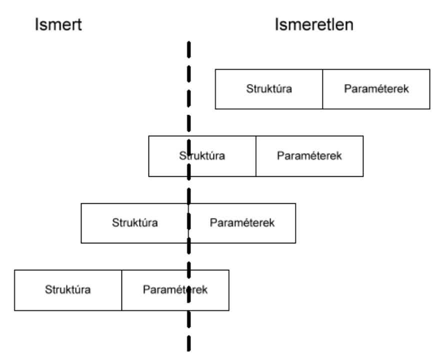
[8] N = i mérőszám megfigyelésnél, a számlálás kezdetén (start-aszinkronitás: λ) és végén is (nem jelölt: δ) max. T értékű bizonytalanság léphet fel. Felírva az egyenlőséget, összevonva a hibatagokat kapjuk a végeredményt. (Köznapi szóhasználattal: „a hiba: ± **1**", ami valójában **tartomány**t jelent.)

[9] Mivel h << 1, ezért 1/(1+h) ≈ (1-h).

3. Akt[1] modell (a meztelen igazság?)
A modell mint a mérés feltétele, ill. eredménye

A megismerés minden fokának van valamilyen előzménye.

1. A megismerés iránti óhaj és a mérési feladat specifikálása között meglehetősen nagy a távolság, hiszen utóbbi azon jellemzők rögzítését igényli, amelyek lényegesek a jelenség vizsgálatához. A rendelkezésre álló előzetes (apriori) ismeretek rendezett, formális kifejezése a modell, amely kiemeli a valóság – meghatározott célból – fontos részeit. A modell egyrészt segíti a megértést, a mérés megtervezését (tehát feltétel), ugyanakkor a méréssel szerzett új (aposteriori) információ alkalmas a modell „finomítására", új összefüggések felismerésére (eredmény). A modellezés és a mérés összekapcsolódó, iteratív folyamat, amely kiszámíthatóvá és kezelhetővé teszi a környezetünkben található rendszereket.
A rendszerelemek kijelölése (szeparáció), a lényeges elemek kiemelése (szelekció), az elemek kapcsolatainak, kölcsönhatásainak rögzítése (strukturálás, alaptörvények, paraméter- és állapot-leírás) alapvető részei a modell felépítésének („átlátszó" rendszer, ún. *fehér* /nyitott/ doboz). Ha a struktúra adott, csak paraméter-meghatározás a feladat; ha részben vagy teljesen ismeretlen, akkor a „próbálgatás" (intuíció) is szerepet kap. Egyedi rendszer vizsgálatánál a mérés a szabályszerűségek feltárásával bepillantást enged az eddig rejtett összefüggésekbe (ún. *fekete* /zárt/ doboz vizsgálat).



A mérés a tudományos kutatás alapja, de közkeletű tévhit, hogy „a tudományos megismerés a méréssel kezdődik". Valójában fogalmi és logikai műveletek egész sorának kell megelőznie a mérési folyamatot. Csakis a kvantitatív fogalmak kialakulása teszi lehetővé a tényleges gyakorlati kvantifikációt, a mérési eljárás kidolgozását.

2. Egy objektumnak több eltérő, cél-függő modellje is lehet. A *funkcionális* modell blokk-vázlat, folyamatábra formájában rögzíti ismereteinket; a *fizikai* modell a részletek (pl. áramkörök) elemzésével vagy kicsinyítés révén, hasonlósági (kisminta) törvények alapján közelíti a valóságot; a *matematikai* modell az összefüggések (egyenletek) feltárásával és számítógépes szimulációval segíti az előrelátást.
A részletek tudatos elhagyása gyakran költséget minimalizálhat, a túl egyszerű modell azonban helytelen következtetésekre is vezethet, ez tehát mindig mérlegelés tárgya (ún. gazdaságossági elv). A sikeres modellalkotás széleskörű fizikai, technológiai és konstrukciós ismereteket is igényelhet.

A mérés megtervezésének előfeltétele, hogy a célnak megfelelő, optimális modell álljon rendelkezésre, mert

- a választott modell meghatározza a szükséges méréstechnikai apparátust,
- a konkrét mérés tárgya a modell valamely paramétere,
- az eredmény értelmezése kapcsolódik a modellhez, ami pontossági korlátot is szab(hat) a mérési eljárásra.

[1] Alapos, konkrét tudás

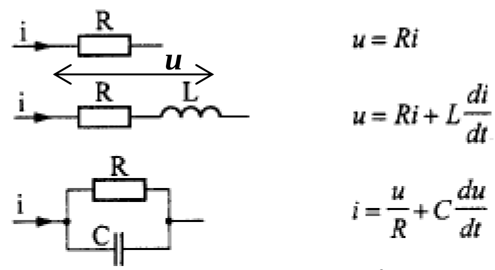
3. A modell mindig egyszerűsíti a – szinte áttekinthetetlenül bonyolult – valóságot. A legnehezebb lépés a jelenség olyan leegyszerűsítése (absztrakció), amely annak alapvető jellegét nem változtatja meg, ugyanakkor kvantitatív tárgyalásra alkalmas.

Ez könnyű pl. kétkarú mérleg esetén, mert a „mérleg modell” (egy pontban alátámasztott, súrlódásmentesen mozgó, merev emelő) a „valóságos mérleg” igen jó közelítse, és elfogadjuk az egyensúly feltételét (mert mi indokolná, hogy ne így legyen): egyenlő hosszú karon egyenlő tömegek esetén van kiegyenlített állapot.
Az ember ösztönösen modellez. Ha pl. a Föld-Hold távolság a kérdés, akkor – leegyszerűsítve – pontszerűnek gondoljuk a két égitestet.

4. (a) Elektronikus áramkörökben alapvető *passzív* alkatrész pl. az **ellenállás**, amit önmagában (a környezetéből kiemelve) többféle módon is modellezhetünk.

Az R *rezisztencia*, fizikai megvalósításban az <u>ellenállás</u> ideális modellje:

(1) u[V] = R[Ω]·i[A]   (Ohm-törvény)



Valóságos ellenállások jellemzéséhez – különösen **váltakozó áramú** körben (a frekvenciafüggő viselkedés leírásához, első lépésben) – soros induktivitást vagy párhuzamos kapacitást is figyelembe vehetünk:

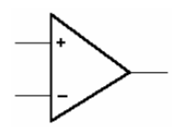
(2) u = R·i + **L**·(Δi/Δt), ahol **L** *induktivitás* (külön fizikai megvalósításban: <u>tekercs</u>)[2]

(3) i = u/R + **C**·(Δu/Δt), ahol **C** *kapacitás* (külön fizikai megvalósításban: <u>kondenzátor</u>)[3]

További finomítás lehet termikus zajfeszültség, csatlakozási kontaktpotenciál, disszipáció-függés (hőterhelés miatt fellépő értékváltozás), feszültségszint-függés, stb. figyelembe vétele – a feltételektől függően (illetve attól, hogy milyen ismereteink vannak az alkatrészről).

(b) Fontos *aktív* elem pl. a **műveleti erősítő**. Első közelítésben ideális modellt használunk (csak az eszköz funkcionális szerepe mérvadó):

- csakis a két bemenő (+, -) pont közötti potenciálkülönbséget erősíti
- az erősítés igen nagy (→ “végtelen”). Ennek az a következménye, hogy a két bemenő (+, -) pont közel azonos potenciálon van (ilyen esetben pl. ha az egyik (+) föld-potenciálú, ekkor a másik is az: “virtuális föld”), <u>kivétel</u>: <u>komparátor</u> működés (!)
- a bemenő impedancia igen nagy (→“végtelen”), vagyis nem folyik áram az erősítőbe
- nincs nullponthiba (ofszet feszültség) és nincs ofszet áram
- a kimenő impedancia igen kicsi (→ “zérus”), azaz belső impedancia nélküli, “igazi” feszültségforrás a kimenet (és “bármekkora” áramot képes leadni vagy elnyelni)
- a sávszélesség igen nagy, más szóval nem frekvenciafüggő az átvitel (és így pl. stabilitási kérdések sem merülnek fel)
- nincs telítés (vagyis a tápfeszültség és így a korlátozott kivezérlés hatásától eltekintünk)



Praktikusan tehát a (negatív) visszacsatoló hálózat határozza meg az átvitelt (gondoljunk a jól ismert invertáló vagy nem-invertáló alapkapcsolásra).

---

[2] Elsősorban *kis* értékű ellenállás esetén, a „parazita” induktivitás modellezése

Váltakozó áramú körben a tekercs (induktivitás: **L**) és a kondenzátor (kapacitás: **C**) – mechanikai hasonlattal élve – „tehetetlenséggel” rendelkezik a **változás**sal szemben (ezt Δ jelöli):

(1) a tekercsben felépülő mágneses tér (a Lenz-törvény értelmében) a növekvő áramot csökkenti (és a csökkenőt növeli), más szóval az **áram** fázisa 90°-kal **lemarad** a feszültséghez képest. (A Φ *fluxus* [Wb: weber] értéke: **L**[H]·Δi[A] = **u[V]**·Δt[s].)

(2) a kondenzátor lemezei közt a dielektrikumban felépülő (ill. összeomló) elektromos tér a feszültség késését okozza, most tehát az **áram** 90°-kal **siet** a feszültséghez képest. (A Q *töltés* [C: coulomb]) értéke: **C**[F]·Δu[V] = **i[A]**·Δt[s].)

[3] Főként *nagy* értékű ellenállásoknál, a „szórt” kapacitás modellezése

4. „SI? Nem eszi? Nem kap mást!”[1]
Nemzetközi mértékegység-rendszer (SI)[2]

A régiek az ősiben, az ifjak SI-ben számítják ugyanazt.[1]

1. (a) Magyarországon 1980 óta kötelező az SI mértékrendszer használata. Hét SI **alap**-mennyiség és **-egység** van (hosszúság: **m**, idő: **s**, tömeg: **kg**, elektromos áramerősség: **A**, abszolút hőmérséklet: **K**, anyagmennyiség: **mol**, fényerősség: **cd**). Ezekből lehet a többi, származtatott egységet létrehozni (a köztük megfigyelt és egyenletben rögzített kapcsolat alapján), néhány külön nevet is kapott (mint frekvencia: *hertz* [Hz] = 1/s, vagy munka: *joule* [J] = N·m, ahol az erő egysége: *newton* [N] = kg·m/s^2).

(b) Az egység többszörösét / törtrészét ún. **előtag** (prefixum)[3] jelöli, ami a szorzószám (faktor) hatvány-kitevőjének a rövidítése. Az egység neve előtt a prefixum (kötőjel nélkül, egybeírva: *mega*watt), a jele előtt pedig a szimbólum (*M*W). „Ezresével lépegetnek”: a velük jelölt hatvány-kitevő mindig hárommal osztható (kivéve a legkorábbi, speciálisan használt előtagokat, mint *deka, centi*).

Faktor: 10^n, n =	prefixum	szim-bólum	Faktor: 10^n, n =	prefixum	szim-bólum
18	exa	E	-1	deci	d
15	peta	P	-2	centi	c
12	tera	T	-3	milli	m
9	giga	G	-6	mikro	μ
6	mega	M	-9	nano	n
3	kilo	k	-12	piko	p
2	hekto	h	-15	femto	f
1	deka	da (dk)	-18	atto	a

Az előtag névképzés folytatódik (n=21: zetta [Z], n=24: yotta [Y], ill. n=-21: zepto [z], n=-24: jocto [y]).

Megjegyzés (*vigyázat*, utánozzák!): az informatikusok is átvették a megnevezéseket *kettő* hatványainak jelölésére (holott SI-ben ezek *tíz* hatványkitevői). Tehát 1 kByte ≠ 10^3 Byte (hanem 1024, az eltérés 2,4%), hasonló a helyzet a mega, giga, tera előtagoknál is (növekvő eltéréssel).

(c) Engedélyezett néhány „törvényen kívüli”, már megszokott és bevált egység használata is, mint *perc/óra/nap*, *liter* (= 1 dm^3), *tonna* (= 10^3 kg), *parszek* (1 *pc* ≈3 Pm, csillagászat), *kalória* (1 *cal* ≈ 4 J, hőtan).

(d) A viszonyszámok (arányok) kifejezése, és nem egysége, szokásosan % = 0.01 = 10^{-2}, vagy *ppm* (parts per million, milliomod rész, 1 ppm = 10^{-6}) értékben történik. Igen nagy átfogáshoz az arány logaritmusa[4] célszerű (külön név a *decibel* [dB] = 20·log(arány)).

2. A **dimenzió**[5] azt adja meg, hogy milyen kapcsolat – milyen formai összefüggés – van az adott (származtatott) mennyiség és az alapmennyiségek között: a dimenzió „szavakban elmondott képlet”. Mértékegység úgy lesz a dimenzióból, hogy a (szavakban elmondott) képletbe a tényezők (a definiáló mennyiségek) egységét tesszük; az SI rendszer alapja ez a „mennyiségi kalkulus”. Természetesen a hét alapmennyiség mindegyike dimenzió-független a többitől.

---

[1] Vicinális Dugóhúzó, 1968

[2] **SI:** Système International d`unitès – a közös nyelv, amellyel a mérhető mennyiségek nagyságai és a mérési eredmények mindenki számára egyformán és egyértelműen fejezhetők ki.

[3] A köznapi életben “lazán” is használjuk ezeket: “kiló karaj”, “hektó bor”, “gigás pendrive”.

[4] A **log** művelet hatvány-kitevőt ad: $y = \log(x) \rightarrow x = 10^y$ (pl. log(10^2) = 2, vagy „10^{-3} arány” → -60 dB). Becslésszerű összevetéshez használatos a **nagyságrend**, ami tíz (egész-számú) hatványainak sorozatára utal, pl. „2 nagyságrend eltérés” → „az *arány* százszoros (100 = 10^2)”; durván: a **log** skálán elfoglalt hely.

[5] Nem a geometriai értelmű jelentés szerepel itt (mint: a tér „három dimenziós“), és a szó nem a mérték-egység idegennyelvű változata!

Egy mennyiségnek csak egyféle dimenziója van, míg mértékegysége többféle is lehet. Például a „sebesség” dimenziója „hosszúság/idő”,[6] mértékegysége lehet m/s, km/h...

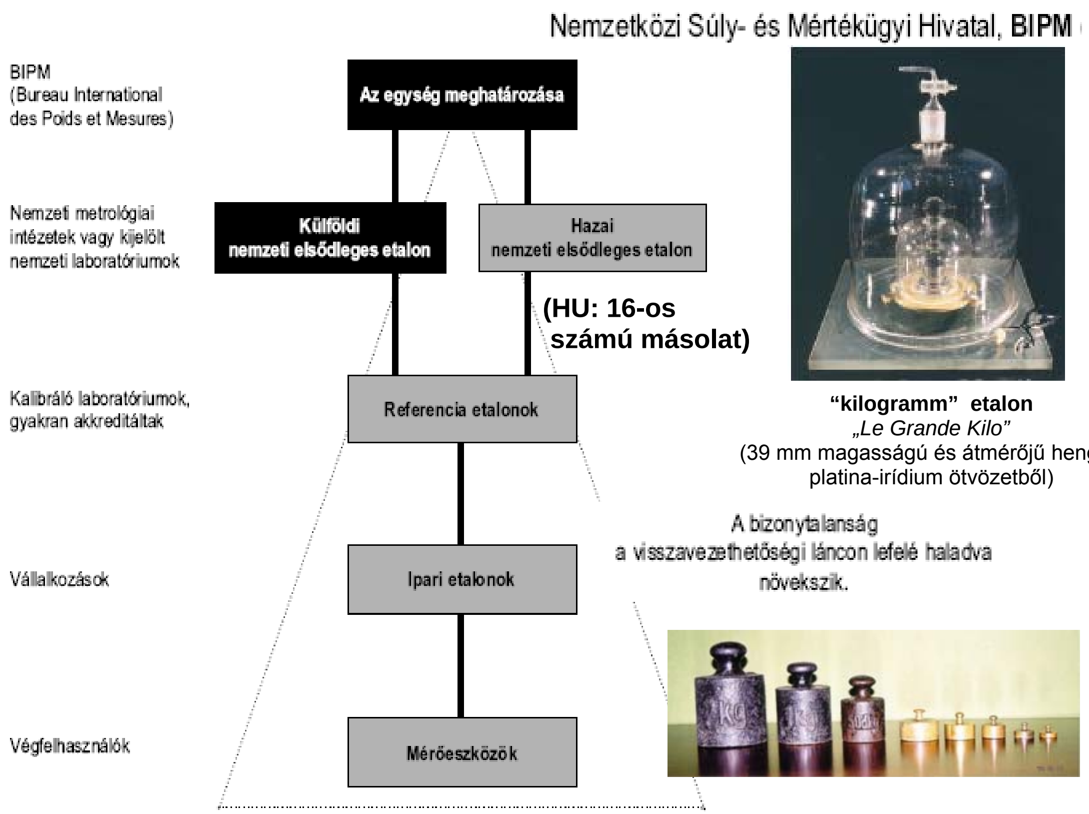
Egy mennyiségi egyenlet mindkét oldalán *azonos* dimenzióknak kell állniuk, így a dimenzió-analízis ellenőrzésre vagy ismeretlen összefüggések felismerésére szolgálhat.

Koherens a mértékrendszer (és az SI ilyen), ha a mennyiség egységét úgy képzi az alapegységekből, ahogyan dimenziója képződik az alapmennyiségekből.

Vannak dimenzió nélküli mennyiségek (ezek dimenziója 1); két, azonos dimenziójú mennyiség hányadosaként állnak elő, ilyen pl. a síkszög (`egy`ségének külön neve: *rad*).

3. A **kg** az egyetlen mesterséges etalon[7] (az „őskilogramm”). A többi alapegységet természeti mennyiséggel határozzák meg (hogy rekonstruálhatók legyenek), és ezeket a tudás- (és technikai) háttér fejlődésével időről időre növekvő pontossággal újra-definiálják. (Várható, hogy ez a kg esetében is megtörténik.)

4. A mérőeszközöket időszakosan hitelesíteni kell a legjobb mérési képesség fenn-tartásához (minőségbiztosítás). A kalibrálás során – az etalonnal (vagy hiteles anyagmintával) való közvetlen összehasonlítással – a mérőeszköz (vagy anyagminta) legfontosabb jellemzőit határozzák meg, megszakítatlan láncolatban, egészen az egységet meghatározó elsődleges (az alapmennyiséget meghatározó) etalonig bezárólag: ún. visszavezethetőségi lánc.



[6] Vagy egyszerűbben, a szavak (elfogadott) rövidítésével: V = L/T (V: velocitas, L: longitudo, T: tempus).

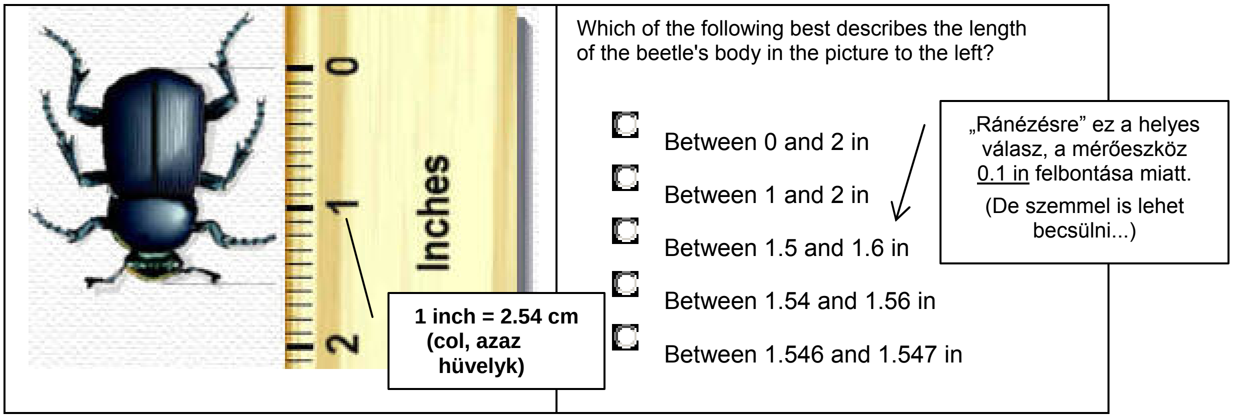
[7] Az etalon egy adott egység definíciójának megvalósítása, megállapított értékkel és mérési bizonytalansággal, amelyet (metrológiai) referenciaként használnak („minta-mértékegység”).

5. Szóródás a céltáblán / Kockadobások

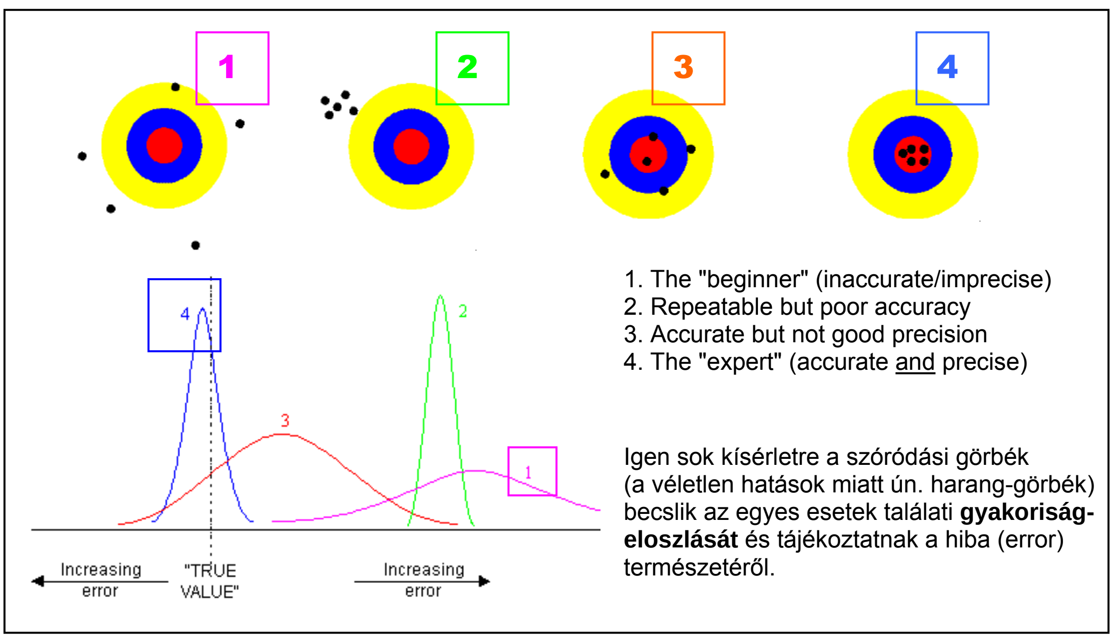
Az eredmény minősítése: mérési bizonytalanság, hiba-eloszlások, hibaterjedés

Egy mérés nem mérés, egy számítás önámítás.

1. A mérés **összehasonlítás**, és az összehasonlításban mindig van némi bizonytalanság (uncertainty): már maga a mérő(léc) felbontása (resolution) alapkorlát!

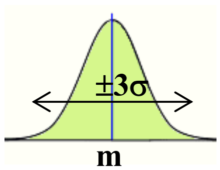


2. A mérési pontosság (accuracy) és hasonló feltételekkel ismételt méréseknél a megismételhetőség (repeatability; régebben: precizitás [precision]) jól szemléltethető egy lőlappal: vajon a céltábla középkörében lesznek-e a találatok (öt lövésnél)?
A méréstechnika nyelvén megfogalmazva: a mért érték (measured value; az aktuális találat) mennyire közelíti a valódi értéket (true value; a célpontot)?



Egy „kezdő” [1] pontatlan, nagy a szórása: minél nagyobb a bizonytalanság, annál kisebb az ismétlőképesség; míg a „profi” [4] pontos és precíz (a valódi értékhez közeli és jó ismétlőképességű). A [2] eset korrekcióval a [4] esetté „varázsolható”!

Talán meglepő, hogy a találatok *véletlen* elhelyezkedése ellenére, *sok* kísérlet számbavétele esetén, a hiba (error) matematikailag is jellemezhető harang alakú szóródási (gyakoriság-eloszlási) görbékkel. A csúcsnál van a legvalószínűbb (várható) érték: itt csoportosulnak a találatok, a széles terjedelem pedig nagy bizonytalanságra (nagy szórásra) utal.



Ezek a görbék a várható érték (m = mean) és a pontosság mértékét jellemző szórás (σ) paraméterekkel írhatók le, és (míg maga az „m ± σ" szórás-terjedelem az eseteknek csak 68%-át tartalmazza, addig) az eseteknek már 95 %-a esik az „m ± 2σ" tartományba, míg 99,7 %-a az „m ± 3σ" tartományba (ún. 2σ- ill. 3σ-szabály). A mérési **bizonytalanság** „± 2σ (vagy ± 3σ)" értéke tehát jól jellemzi a pontosságot (→ a mérési eredményeknek csak igen kis hányada eshet ezen a határon kívül).

Az ilyen fajta, a gyakorlatban általános – sok kis hatás összegződéseként fellépő – hibaeloszlás kialakulását könnyen megérthetjük „kockázással".

3. (a) Szabályos kockával dobva, mivel a kockának nincs kitüntetett oldala, egyformán 1/6 a gyakorisága annak, hogy a dobás eredménye 1-es, 2-es, ... vagy 6-os. Ebből persze *nem* jósolható meg, hogy egy dobásnál éppen mi jön ki (az eredmény véletlen[1]), de sok kísérletnél várható (jó közelítés) az *egyenletes* eloszlás.

Folytonos változóra áttérve, pl. a valós számok egészre kerekítésénél ugyanez a helyzet: a ± ½ értéktartományú kerekítési hiba gyakoriság eloszlása egyenletes. A kerekített érték („mért érték") ismeretében nem tudjuk megmondani, hogy mennyi volt a hiba értéke, de nincs ok arra, hogy bármelyik hibaérték (a ± ½ tartományban) kitüntetett legyen, tehát feltételezhető az egyenletes eloszlás.

(b) Ha most *két* teljesen egyforma (tehát nem "cinkelt") és külsőre megkülönböztethetetlen kockát feldobunk, akkor milyen lesz a dobott számok *összeg*ének eloszlása?
A lehetséges esetek számbavételével és feltételezve, hogy bármelyik ezek közül azonos gyakorisággal fordul elő (márpedig mi indokolná ennek ellenkezőjét), ez a feladat könnyen megoldható. A tizenegy lehetőség már *nem egyforma* gyakran fordul elő: a 7-es várható leggyakrabban, míg 2 és 12 legkevésbé.

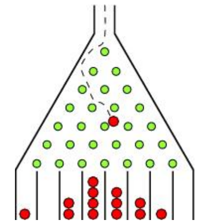
Összeg	Lehetséges esetek	Gyakoriság (kerekített %)
2	1+1	**1/36** = 3%
3	1+2, 2+1	2/36 = 6%
4	1+3, 2+2, 3+1	3/36 = 8%
5	1+4, 2+3, 3+2, 4+1	4/36 = 11%
6	1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1	5/36 = 14%
7	1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1	6/36 = **17**%
8	2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2	5/36 = 14%
9	3+6, 4+5, 5+4, 6+3	4/36 = 11%
10	4+6, 5+5, 6+4	3/36 = 8%
11	5+6, 6+5	2/36 = 6%
12	6+6	**1/36** = 3%

Másképp szemlélve (és a diszkrét esetről áttérve folytonos változókra) azt is kérdezhettük volna, hogy mi két *független*, egyenletes eloszlású, véletlen változó összegének eloszlása?
Válasz: az ún. háromszög[2] (Simpson[3]) eloszlás.

Ilyen típusú hiba eloszlásra (a ±1 értéktartományban) a méréstechnika gyakorlatában is van példa (idő[tartam]mérés: periodikus óra-jelek kapuzott /START→STOP/ számlálása). Többnyire azonban sok (kis, véletlen) hatás együttese eredményezi a hibát.

[1] Jól tükrözi ezt mindennapi nyelvünkben a „kockázat" szó.
[2] Ha *nem azonos* a két változó tartománya, akkor trapéz alakú eloszlás adódik.
[3] Simpson (1710-1761) az első hibatörvények (eloszlások) megalkotója.

(c) Folytatva a sort, és egy kicsit „ugorva”: ha *sok* kicsi, *egyenletes* eloszlású hatás *összege* okozza a mérési bizonytalanságot, vagyis véletlen hibával állunk szemben, akkor ez az eset harang-görbe típusú (ún. normális vagy Gauss[4]) eloszlással modellezhető. Ennek „kialakulását” a Galton-deszka[5] (golyóterelő) kísérletben magunk is megtapasztalhatjuk (quincunx board: http://www.jcu.edu/math/isep/quincunx/quincunx.html): a leeső golyókat az egymás utáni akadályok[6] egyenlő valószínűséggel terelik két irányba, és így végül a legnagyobb gyakorisággal a középső tartályba érkeznek, míg a szélső tartályokba történő bekerülés esélye csökken. A golyók tehát *nem egyforma* valószínűséggel kerülnek a tartályokba: a normális eloszlásra jellemző harang-alakzatot veszik fel. Ez a típus széles körben használható a véletlen hiba becslésére.



4. Néhány további problémát (ellentmondást) „huszárvágással” oldunk meg.

(a) A méréstechnika első csele: valódi érték → **helyes** érték

(Hagyományos felfogás szerint) a mérési eredmény (*m*) és a mérendő mennyiség valódi értéke (*x*) közötti különbség a mérés hibája (*H*). Más szóval, az ún. additív modell (mérendő **+ hiba** = mért érték) írja le a mérést

$$x + H = m, \qquad \text{vagy} \qquad x \cdot \left(1 + \frac{H}{x}\right) = x \cdot (1 + h) = m$$

ahol *h* a relatív hiba.
Sajnos a valódi érték elvileg sem ismerhető meg,[7] az így definiált *H* hibát nem tudjuk meghatározni. Ezért a valódi érték helyett az ún. **helyes**[8] értéket használjuk, amely olyan mért (vagy megegyezés alapján elfogadott) érték, amely megfelelően kis hibájú (a fenti definíció szerint, az adott mérési feladatnál)!
A *h* (relatív, „%-os” hiba) gyakran egyszerűbben kezelhető és jellemzőbb[9] a mérési adatra, mint *H* (az abszolút hiba). De a helyzet ugyanaz: *x* ismeretlen. Ezért a relatív hibánál viszonyítási alapként a megismert *m* mért értéket használjuk!

Praktikusan elhanyagolható az eltérés a két értelmezés között, mert $h << 1$:

$$h = \frac{H}{x} = \frac{H}{m - H} = \frac{H/m}{1 - (H/m)} \approx \frac{H}{m} \cdot \left(1 + \frac{H}{m}\right) \approx \frac{H}{m}$$

ahol kihasználtuk, hogy $(H/m) << 1$, így $1/(1-y) \approx 1 + y$, és $(H/m)^2 \to 0$ (vagyis a „hiba hibája” már nem számít, mert „másodrendű kicsiny” mennyiség).

---

[4] Gauss (1777-1855), a “matematika fejedelme”, a hibaelmélet „nyelvén” alapozta meg a valószínűség-számítást.

[5] Galton (1822-1911, Darwin unokaöccse) a mérés megszállottja: „Ahol csak tudsz, számolj!”

[6] Egyenlő távolságokban lévő “szögek”, amelyek a megelőző sor szögei közötti távolságok középpontja alá esnek.

[7] „Ismeretelméleti probléma” (→ Heisenberg-féle határozatlansági reláció).

[8] A **helyes** érték tehát nem más, mint az elérhető legpontosabb méréssel meghatározott érték. Szinonimák: megegyezés szerinti (konvencionális) érték, vonatkoztatási (referencia) érték, „legjobb becslő”.
Egy konkrét mennyiség helyes értékét az etalonok adják (közvetlenül vagy közvetett módon – az akkreditált hitelesítő laboratóriumokban, ill. a mérésügyi hivatalokban). Mérőeszközeinket ezekhez igazítjuk (kalibráljuk). Az „igazítás” minősége határozza meg egy eszköz pontosságát, konkrét mértéke pedig azt adja meg, hogy a mérőeszköz alkalmazásakor várhatóan mekkora mérési hibát követünk el. Ezt közli velünk a mérőeszköz specifikációs adatlapja.

[9] Az a mérés pontosabb, amelynek a relatív hibája kisebb. Pl. 3 mm-es *abszolút* hibával megmérni 3 m-t nyilván nagyobb pontosságot jelent, mint 30 cm-t (az első esetben $3/(3 \cdot 10^3) = 0.1\%$, míg a második esetben 1% a *relatív* hiba).

(b) A méréstechnika második csele: mérési hiba → mérési **bizonytalanság**

Többször elvégezve (ha leheteséges) ugyanazt a mérést azt tapasztaljuk, hogy rendre eltérő eredmény kapunk, a befolyásoló tényezők sokfélesége és a korlátozott „kézben-tarthatóság" miatt. Nem reális célkitűzés tehát, hogy a H mérési hibát egyetlen konkrét számértékkel adjuk meg. Ezért olyan paraméterrel fogjuk minősíteni a mérést, amely a hiba alakulásával kapcsolatos bizonytalanság-érzetünket, az értékek szóródását fejezi ki (mint pl. harang alakú [Gauss] szóródási görbe esetén a **„$\pm 2\sigma$, vagy $\pm 3\sigma$" szóródási korlát**), és ezt a paramétert a mérés **bizonytalanság**ának[10] nevezzük.

5. A mérési eredményt gyakran több, közvetlenül mért értékből számítással határozzuk meg. Ha ismerjük a hibaöröklődés szabályait,[11] akkor ennek felhasználásával a számított érték hibája is megadható.
Az alapműveletek esetén a **relatív hibakorlát**ra egyszerű becslések adhatók.
Legyen a két mért mennyiség a és b, és azok relatív hibáinak korlátja: h_a ill. h_b.
(a) *összeg*: a nagyobb korlát az összegnek is hibakorlátja (ez felső becslés, de egyszerűsége miatt célszerű), azaz $h_{a+b} \leq \max(h_a ; h_b)$
(b) *szorzat ill. hányados*: a tagok összege (jó közelítés, eltekintünk a másodrendűen kicsiny hatástól), vagyis $h_{ab} \approx h_a + h_b$ ill. $h_{a/b} \approx h_a + h_b$
(c) *különbség* ($a > b$): a tagok súlyozott összege

$$h_{a-b} \leq \frac{a}{a-b} \cdot h_a + \frac{b}{a-b} \cdot h_b$$

amiből kitűnik, ha kicsi a különbség (közel azonosak a mennyiségek), akkor igen nagy[12] lehet a relatív hiba max. értéke.

Tegyük fel, hogy 1 % pontossággal (relatív hibakorláttal) tudunk távolságot mérni. Egy 10 cm-es szakaszt pl. úgy mérünk, hogy egy adott irányba mérünk 5 m-t, majd visszamérünk 4,9 m-t. Az első méréskor 1 %-os hibakorláttal ±5 cm-t, visszaméréskor ±4,9 cm-t tévedhetünk. A hibák ugyan véletlenszerűek, de előállhat olyan eset, mikor egymást "erősítik", azaz összesen akár 9,9 cm is lehet a hiba, ami a 10 cm-es távolságot figyelembe véve 99 %! (Ellenőrizzük!)
A példa extrémnek tűnik, de ha csak így „férünk hozzá" a mérendőhöz, akkor pontos mérési adatokat kell használni a számításhoz.

---

[10] Nemzetközileg elfogadott, szabványos technikája van a **mérési bizonytalanság** meghatározásának (**GUM**: Guide to the expression of Uncertainty in Measurement), amelynek az a filozófiája, hogy először azonosítja és modellezi az összes fontos összetevőt, elvégzi a lehetséges korrekciót, majd statisztikai vagy más tapasztalati módszerrel becsli az eredő mérési bizonytalanságot. Ez a **mért érték körüli tartomány**, amelyen belül van („majdnem biztosan", nagy valószínűséggel) a mérendő.
„Csakis annak a mérésnek van bizonytalansága, amelyikét meghatározták."

[11] Matematikai módszerek (numerikus és függvény-analízis, valószínűségszámítás és statisztika) segítenek a **hibaterjedési törvények** feltárásában. Itt csak egyszerű, korlát (max. érték) becslések szerepelnek a relatív hibákra, ez a legkedvezőtlenebb eset (worst case).
Megjegyzés: ha a hibák függetlennek tekinthetők, akkor – a számítási képlettől függően – súlyozott szórás-négyzet összegzést végzünk (ún. négyzetes hibatörvény).

[12] Ezt elkerülendő használjuk (ha lehetséges) az ún. differenciális mérést, amikor ismert referenciával (etalonnal) „durván" kiegyenlítjük – kompenzáljuk – a mérendőt, és a fennmaradó kis különbséget mérjük közvetlenül (és itt – a kis érték miatt – már nagyobb relatív hiba is megengedhető).
Pl. 10,1 V mérésénél 10 V-ot tudunk kiegyenlíteni (kompenzálni), így csak 0,1 V = 100 mV (a differencia értéke) a mérendő. Ha mindkét esetben 10^{-3} V = 1 mV hibát elfogadunk, akkor kompenzálásnál $10^{-3}/10 = 10^{-4}$ = 0,01 %-os pontosság szükséges (!), míg mérésnél $10^{-3}/0,1 = 10^{-2}$ = 1 %-os pontosság is elegendő.

6. A *hiba* és a mérési *bizonytalanság* eltérő fogalmak a mai korszerű szemlélet és szóhasználat szerint.
Ha ugyanis a 4.(a) pontban módosított definíció *x* mérendő tagjának helyes értékét nem ismerjük (ez a referencia érték a legpontosabb méréssel, kalibrálással, számítással vagy más módon lehet ismert), akkor a hiba nem létezik (ha fellép is hiba, azt egyszerűen nem ismerjük); ilyen esetben csak „bizonytalanság" van, és ez fejezi ki „ismeretünk hiányát"!

A **hiba** tehát mindig determinisztikus (az új értelmezésben nincs véletlen komponense),[13] mint korrekciós tényező szerepel a mérésben és az **eszközt tervező** feladata (!) a hibaforrások és hatásuk feltárása, valamint a korrekciós módszerek megadása és érvényesítése.

Az **eszközt használó**nak ezzel, ti. a kalibrálással „nem igazán kell törődnie" (bár a mai intelligens műszereknél gyakran opció a kalibrálás lehetősége!), számára a **bizonytalanság** mérvadó, vagyis az a <u>mért érték</u> <u>körüli</u> <u>intervallum</u>, amelyet a bizonytalanság-becslés állapít meg, előírt módszerekkel, az adott mérésnél lényeges összetevők (a „büdzsé") alapján.

Persze azonnal észrevehető, hogy pl. a megelőző 5. pontban a „bizonytalanság" szó kell(ene) a „hiba " helyett. Hát, igen… nehéz felhagyni a megszokottal. De az **eszközt használó** számára (és a hétköznapi beszédben) megengedhető ez a lazaság[14] a szóhasználatban. Elsősorban ugyanis az **eszközt tervező (és hitelesítő)** munkájához szükséges a \`hiba\` és a \`bizonytalanság\` határozott elkülönítése, mert minimalizálásuk egészen eltérő módszereket igényel, és a (szigorú értelemben vett) hibacsökkentés döntően strukturális (tehát elsősorban a tervező kezében lévő) módszerekkel[15] lehetséges.

Például a széles körben alkalmazott ún. differenciális struktúrával csak a \`hiba\` konstans („additív") része korrigálható, míg a mérendővel arányos („multiplikatív") része nem.

---

[13] Nehéz elfogadni a valódi érték "feláldozását" (és helyette a \`helyes\` érték és a \`bizonytalanság\` használatát) azoknak, akik a régi terminológiával tanulták meg értékelni méréseiket.

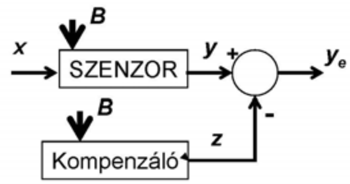
Elvi szempontból világos a (valódi értékre alapozott) hiba hagyományos felosztása szisztematikus (determinisztikus) és véletlen (korrekciós tényezőkkel nem kiküszöbölhető) összetevőkre. De ez az osztályozás nem praktikus: nem ismert (nem megismerhető!) a mérendő valódi értéke (így aztán a hiba-definíció pusztán teoretikus), másrészt a szisztematikus hibának is csak egy része kompenzálható (ti. az, ami ismert).

[14] Hasonlítható ez a „kg" tömeg-egység esetéhez, amit a köznapi nyelv súly-egységként is használ: „túlsúlyos: 95 kg". (Volt ugyanis időszak, amikor a kg súlymérték volt, ez a hatás lassan múlik el.)

[15] A \`hiba\` és a \`bizonytalanság\` csökkentésében közös módszer: olyan mérési elv kiválasztása, amely a befolyásoló mennyiségekre kevésbé érzékeny, vagy a mérendő védelme (árnyékolás, szigetelés…).
A \`bizonytalanság\` csökkentéséhez speciálisan az átlagolás és a szűrés hatásos művelet.

Ha a szenzor érzékenysége (átviteli tényezője) „S” és a hibát okozó, nem kívánatos befolyásoló mennyiség $\Delta\boldsymbol{B}$ változása „c” additív (konstans) és „a” multiplikatív (arányos) faktorral hat:

$$y = \mathrm{S}\cdot x + (\mathrm{c} + \mathrm{a}\cdot x)\cdot\Delta\boldsymbol{B},$$



akkor differenciális hiba-kompenzálással:

$$z = \mathrm{k}\cdot\Delta\boldsymbol{B} \quad \text{és} \quad \mathrm{k} = \mathrm{c}$$

beállítással eliminálható az additív hiba-rész (az y_e kimenetben már nem jelenik meg).

7. A eredményhez társított mérési **bizonytalanság**

- ismerete teszi lehetővé az egymással egyenértékű eredmények egybevetését,
- meghatározásának és kifejezési formájának[16] előírása (szabványban rögzített normatíva, műveleti definíció, és tegyük hozzá: a kreativitás és a józan ész) biztosítja a mérések egységességét,
- szigorúsági foka pedig alkalmazásfüggő (és természetesen különösen erős a vizsgáló, kalibráló és etalon-őrző laboratóriumokban).

A bizonytalanság-becslés a mérési eredményt befolyásoló tényezők számbavételét, nagyságuk elemzését, a domináns összetevők kiválasztását és kombinálásukat[17] jelenti. A „büdzsé”-ben a gyártóknak a mérőeszközre megadott specifikációja csak az egyik (de persze alapvető) összetevő!

A bizonytalanság értékelése segíti az alkalmazott módszer elvének jobb megértését is, rámutat a módszer kritikus pontjaira, és a mérési módszer érvényesítő ellenőrzésének (validálásának) kulcsfontosságú része.

Elvi jelentőségű elvárás a méréssel szemben az *objektivitás*. A mérési bizonytalanság kiértékelése persze óhatatlanul magában foglalja egyes tényezők *szubjektív* megítélését (s ez nem ritkán elbizonytalaníthatja magát az eszközhasználót is), a szabad választást azonban célszerűen korlátozza például egy szabványban rögített normatíva.

---

[16] Kerülni kell pl. a túlzott látszólagos pontosságot.
Konvenció szerint: annyi tizedes jegy legyen az eredményben, hogy csak az *utolsó* jegyben lehessen eltérés (és az utolsó előtti jegyben még nem), pl. m = 1.24 ± 0.03. Vagyis ne tévesszünk meg az elért pontosságot illetően.

[17] A mérési bizonytalanság minden összetevőjét **szórás** értékkel kell megadni. Ezek meghatározásának két alapmódszere:

– „A típusú” kiértékelés: statisztikai módszerek (észlelési sorozatok elemzése),

– „B típusú” kiértékelés: más információk, pl. gyártó specifikáció, kalibrációs adat.

Az összetevőkből az eredő szórás (standard bizonytalanság) a terjedési szabályokat felhasználva adódik.

Gyakran – az alkalmazások igényei szerint – ennek kiterjesztett változatát: k = 2, 3, … tényezővel megszorzott értékét használjuk (a nagyobb megbízhatóság érdekében, hogy az így kapott, a mért érték körüli tartomány „majdnem biztosan” tartalmazza a mérendőt).

6. A szinusz[1] örökké szinusz

Jel szintézis (Fourier-sor összeg), spektrum (FFT[2])

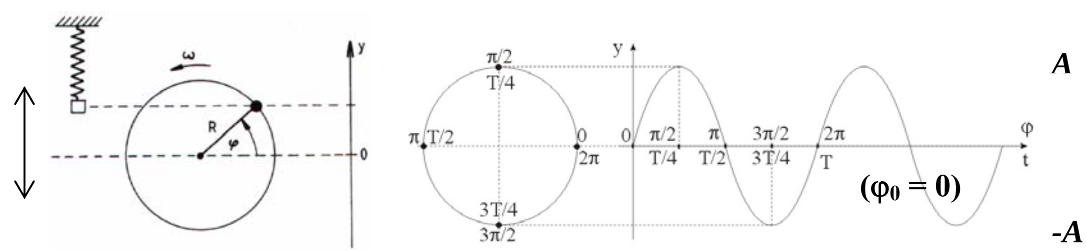
(A régi görögök szerint is) a legtökéletesebb mozgás az egyenletes körmozgás.

1. Az y(t) = y(t+T) periodikus jelek között kitüntett szerepe van a **szinuszos** hullám-formának, amelynek leírásához három paraméter elegendő:

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad \text{ahol} \quad \omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

ω körfrekvencia, ***f* frekvencia** (egysége: *hertz* [Hz] = 1/s), $T = 1/f$ periódusidő (egysége: *szekundum* [s]); ***A* amplitúdó** (max. kitérés a nyugalmi helyzethez képest); a $\varphi = \omega \cdot t$ szög a fázis (egysége: *radián* [rad]), $\boldsymbol{\varphi_0}$ az időmérés kezdetétől függő **kezdőfázis**.

A természetben számos jelenségnél tapasztalunk harmonikus **rezgőmozgás**t, amelynél a kitérés-idő kapcsolat szinuszos[3].



Minden harmonikus rezgőmozgáshoz található olyan egyenletes **körmozgás**, amelynek érintőre vett *vetülete („árnyéka a falon”)* ugyanazt a mozgást végzi, mint a rezgőmozgás. (A körmozgás szögsebessége egyenlő a rezgőmozgás körfrekvenciájával, és itt a frekvencia megnevezése: fordulatszám; a körpálya sugara R = *A*).

Ha a fázisváltozás 2π (egy teljes körülfordulás, vagyis ha eltelt *T* periódusidő), akkor a mozgás-állapot ugyanaz (azonos fázisban van, mert a **sin** függvény 2π szerint periodikus).

Az eredetivel ellentétes fázisba kerül, ha a fázisa π-vel (azaz 180°-kal) változott.

Fáziseltolással pl. $\sin(\omega t + \pi/2) = \cos(\omega t)$. Megjegyzendő, hogy a fáziseltolás időeltolást jelent: $\sin(\omega t+\varphi_0) = \sin(\omega[t+(\varphi_0/2\pi)\cdot T])$.

Harmonikus rezgésre további fontos példák még: egy áramkörben mért ***U* váltakozó feszültség** (vagy *I* áramerősség) időbeli változása; a tiszta **zenei hang** (magassága *f*-től függ, erőssége *A*-tól); a különféle **elektromágneses hullámok**...

A szinuszos jel speciális tulajdonsága, hogy „megtartja azonosságát”:

- azonos frekvenciájú (eltérő kezdő fázisú) jelek összege is szinuszos
- lineáris rendszer válasza azonos frekvenciájú szinusz (így a szuperpozíció-elv alapján a rendszer frekvenciánként külön vizsgálható → amplitúdó- ill. fázis-karakterisztika)

---

[1] **Szinusz csomó** (a jobb pitvar falában található „szívdobbanás-generátor”): speciális szívizomsejtek, amelyek időről időre akciós potenciált (izomrángást, pacemaker-aktivitást) hoznak létre, biztosítva a szívizom ritmusos összehúzódását. Az elektromos jelek a szívből kiindulva a test különböző részei felé terjednek, testfelszíni elektródákkal meg is mérhetők (ún. elektrokardiogram: EKG).
[A **bioritmus** „jóslások” valójában Hold-periódusú, fázisban eltolt szinusz hullámok amplitúdó adatai, különböző dátumoknál ...]

[2] FFT: Fast Fourier Transform (gyors Fourier transzformáció ≈ Fourier-sor felbontás)

[3] A mindennapi életben a rugóra függesztett rezgő test kitérései csillapodnak (egyre kisebbek lesznek), mert csökken a rezgő rendszer energiája. Ha az elveszett energiát a megfelelő ütemben pótoljuk, akkor a test tovább rezeg a "kényszer" hatására.

- [integrálása, deriválása is szinuszos jelet eredményez]

2. Minden **periodikus jel** előállítható szinuszos jelek összegeként (**Fourier-sor**). Ennek többféle ekvivalens alakja van, az egyik az ún. kompakt forma (*cos* hullámok szummája). A gyakorlatban *véges* számú tag (komponens) elegendő adott pontosságú leíráshoz.

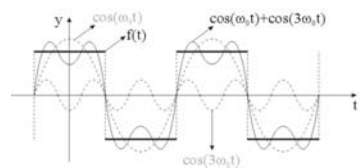
(a) Ha a jelperiódus $\boldsymbol{T_0 = 1/ f_0}$, akkor a harmonikus komponens **frekvenciák** értéke: $n{\cdot}f_0$ (n = 1, 2, ... egész szám) és f_0 (= $1/T_0$) az alapharmonikus.

(b) A jelalak határozza meg az **amplitúdó** (A_n) és a **fázis** (φ_n) adatokat,[4] vagyis ezekkel egyértelműen jellemezhetjük az adott hullámformát: pl. az egyenletes „frekvencia skála" mentén, az amplitúdó-értékekkel arányos hosszúságú **vonalak**kal történő ábrázolás a jel **amplitúdó spektruma**.

Szinuszos jelnél – természetesen – csak egyetlen vonal van. Négyszög és háromszög jelnél csak páratlan számú komponensek lépnek fel. Az amplitúdó SPEKTRUM ábrázolásnál választott lineáris skálán a kis értékű komponensek már „eltűnnek" (nem igazán láthatóak), mint pl. a háromszög jel esetén. Ezért a gyakorlatban „torzított", a kis értékeket kiemelő, nagyságrendi megadás célszerű, vagyis logaritmikus skála (az alapharmonikus amplitúdójához viszonyított arány): „[dB] = 20·log (arány)" értékű megadás.

(c) A spektrumból a JELeket matematikai szoftver generálta (az adott képlet szerint).

Négyszög (vagy fűrész) jelnél kevés 20 komponens a „jó" szintézishez. Ennek oka: az igen „éles" jelváltások miatt „széles" a spektrum (technikai zsargonban: nagy a sávszélesség), és a harmonikus szám növekedésével lassan csillapodnak a spektrum-vonalak (s ebből csak keveset használtunk fel a szintézishez). A vizsgálójel-források (generátorok) felépítésénél alapeljárás ez a szintézis-technika.

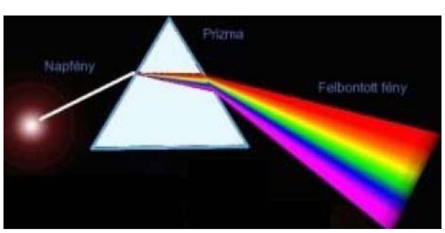


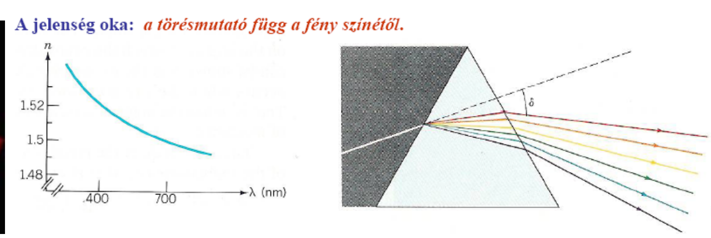
3. Ha speciálisan **véges számú** harmonikus komponenst tartalmaz az y(t) periodikus jel (matematikai nyelven: trigonometrikus polinom), akkor a jel spektrum komponensei az y(t) jel mintáiból is megadhatók! Mégpedig az $f_s = 1/\Delta t$ **egyenletes gyakorisággal** (a t = i·Δt, i = 1, 2, .., N helyeken) **mintavett** y(i·Δt) = y_i értékekből, és N mintából kevesebb mint $N/2$ harmónikus komponens (amplitúdó és fázis adat).[5]

---

[4] A Fourier transzformáció teremt kapcsolatot az időtartománybeli leírás: a **jel** (hullámforma) és a frekvencia tartománybeli leírás: a **spektrum** között. (A komponensek kiszámítása a matematikusok dolga. Ismeretlen jeleknél mérőeszközt, spektrum analizátort használunk.) A kétféle megadás egyenértékű. A gyakorlatban a feladat szabja meg, hogy melyik tartományt célszerű használni.

A spektrum elnevezés a fénytanból ered. Newton (1664) vékony résen át keskeny fehér fénynyalábot bocsátott üvegprizmára. (A „legszebb tíz fizikai kísérlet" között a negyedik helyezett.) Azt tapasztalta, hogy a fehér fény már az első törés után színes nyalábokra bomlott. A színek csökkenő hullámhossz szerint: vörös, narancs, sárga, zöld, kék és ibolya.





[5] Diszkrét adatokkal operáló mérési eljárásokhoz igen kedvező ez az ún. diszkrét Fourier transzformáció (DFT), aminek gyors kiszámítását végző **számítógépes algoritmus** az **FFT** (1965, Cooley & Tukey).

Fourier-sor – *kompakt* forma:

$$y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi \cdot n f_0\, t + \varphi_n)$$

f_0 alap frekvencia, $2f_0$, … (fel)harmonikusok (n = 1, 2 ... egész szám)

Fourier-sor komponensek: A_n amplitúdó és φ_n fázis

SPEKTRUM ábra: csak az amplitúdó adatok

A_0 egyenszint – a harmonikus adatokat nem befolyásolja

Feszültség hullámformák: $\pm U$ volt, $A_0 = 0$ és minden JEL 20 komponensből szintetizálva

Szinusz jel (sine):

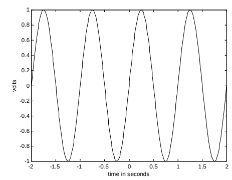
JEL

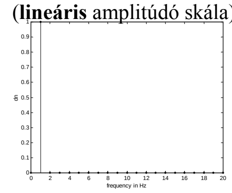
SPEKTRUM

(**lineáris** amplitúdó skála)

$A_1 = U$, $\varphi_1 = -\dfrac{\pi}{2}$ ($\varphi_1 = 0$, ha **cos** hullám!)

$$v(t) = U \cos\left(2\pi 1 \cdot f_0\, t - \frac{\pi}{2}\right) = U \sin(2\pi 1 \cdot f_0\, t)$$

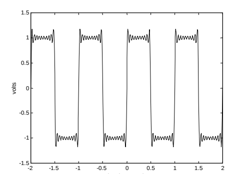


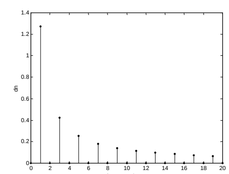


Négyszög jel (square):

$$n \text{ páratlan}: \quad A_n = \frac{4U}{n\pi} \quad \varphi_n = -\frac{\pi}{2}$$

$$n \text{ páros}: \quad A_n = 0 \quad \varphi_n = 0$$



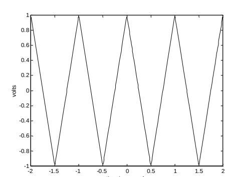


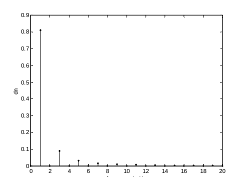
$$v(t) = \frac{4U}{\pi}\left[\frac{1}{1}\sin(2\pi\, f_0\, t) + \frac{1}{3}\sin(2\pi\, 3\, f_0\, t) + \frac{1}{5}\sin(2\pi\, 5\, f_0\, t) + \frac{1}{7}\sin(2\pi\, 7\, f_0\, t) + \ldots\right]$$

Háromszög jel (triangle):

$$n \text{ páratlan}: \quad A_n = \frac{8U}{n^2\pi^2} \quad \varphi_n = 0$$

$$n \text{ páros}: \quad A_n = 0 \quad \varphi_n = 0$$



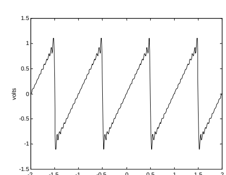


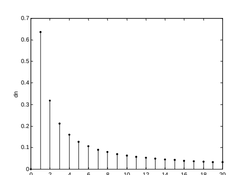
$$v(t) = \frac{8U}{\pi^2}\left[\frac{1}{1^2}\cos(2\pi\, f_0\, t) + \frac{1}{3^2}\cos(2\pi\, 3\, f_0\, t) + \frac{1}{5^2}\cos(2\pi\, 5\, f_0\, t) + \frac{1}{7^2}\cos(2\pi\, 7\, f_0\, t) + \ldots\right]$$

Fűrész jel (saw-tooth, ramp):

$$n \text{ páratlan}: \quad A_n = \frac{2U}{n\pi} \quad \varphi_n = -\frac{\pi}{2}$$

$$n \text{ páros}: \quad A_n = \frac{2U}{n\pi} \quad \varphi_n = \frac{\pi}{2}$$





$$v(t) = \frac{2U}{\pi}\left[\frac{1}{1}\sin(2\pi\, f_0\, t) - \frac{1}{2}\sin(2\pi\, 2\, f_0\, t) + \frac{1}{3}\sin(2\pi\, 3\, f_0\, t) - \frac{1}{4}\sin(2\pi\, 4\, f_0\, t) + \ldots\right]$$

A mért mintasorozat (az N mintából álló időrekord) hossza $T_0 = N \cdot \Delta t$, ez adja a jel periódus-időtartamát, tehát az alapharmonikus frekvencia értéke:

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{N \cdot \Delta t} = \frac{f_s}{N}$$

Mivel az FFT $N/2$ számú harmonikus komponenst ad (azaz véges összegű a jelet visszaállító Fourier-sor), ezért a maximális komponens-frekvencia

$$\boldsymbol{f_{max}} = (N/2) \cdot f_0 = (N/2) \cdot (f_s/N) = \boldsymbol{f_s/2},$$

lehet, ami azt jelenti, hogy a jelben található max. frekvencia-komponensnél (legalább) **kétszer nagyobb** mintavételi frekvencia szükséges!

A frekvencia-felbontás[6] az N mintaszám növelésével javítható, de ez megnöveli a műveleti időt (hosszabb ideig tart a számítás). A mérhető spektrum sávja f_s növelésével szélesíthető.

1. *probléma*: ismeretlen jelnél nem tudjuk előre, hogy az „trigonometrikus polinom”-e. (Az FFT ugyanis feltételezi a T_0 szerinti periodicitást!)[7]
Megoldás: FFT-számítás előtt mesterségesen „periodikussá kényszerítjük” a mintasorozatot ún. ablak (súlyozó) függvénnyel való szorzással (amelynek értéke 1, de nullához tart a rekord szélén). Ez ugyan némiképp módosítja a jel-szegmens adatokat (és így a spektrumot is), de ismerve a változtatás hatását, az eredményt értelmezni tudjuk.

2. *probléma*: nem tudjuk előre, hogy van-e $f_s/2$-nél nagyobb frekvenciájú komponens a jelben. (Ez a mintavétel miatt felismerhetetlenül „belekeveredik” a kiszámított spektrumba!)
Megoldás: mintavétel előtt kiszűrjük az $f_s/2$-nél nagyobb frekvencia-komponenseket! Ha ez nem lehetséges, akkor „kiismerjük” ezt a frekvencia-bizonytalanságot (amit maga a mintavétel okoz) és más módon védekezünk, vagy megpróbálunk vele „együtt élni”, vagy kihasználjuk.

Az FFT spektrum-analizátor (numerikus mintasorozatot feldolgozó szoftver) a jel mintavett (mért) értékeiből számítja az összetett jel harmonikus komponenseinek amplitúdó (A_n) és fázis (φ_n) adatait, míg a frekvencia értékeket ($n \cdot f_0$, $n = 1, 2, \ldots N/2$) előre rögzíti a választott f_s mintagyakoriság és az N rekordhossz ($f_0 = f_s/N$).

4. Miért fontos a jelek frekvencia tartománybeli leírása (a spektrum)? Mert itt (a) a jel-torzítások (nem kívánt frekvencia komponensek) kimutathatók, (b) a lineáris rendszer-modell átvitele igen jól elemezhető, (c) a kommunikációban alkalmazott modulációs[8] eljárások sajátságai áttekinthetők és (d) a mintavétel hatása szemléletes.

---

[6] $\Delta f = f_0$ jelöléssel a képlet $\boldsymbol{\Delta t \bullet \Delta f = (1/N)}$ alakba írható, amiből kitűnik: az időtartomány Δt felbontása és a frekvencia-tartomány Δf felbontása nem választható meg egymástól függetlenül! A mérésnél tehát fontos paraméter az N rekordhossz.

[7] Ha nem ilyen a mérendő, akkor igen meglepő jelenséget tapasztalunk. Legyen $T_0 = 1$ s a mért időrekord hossza, azaz Δf $(= f_0) = 1$ Hz a spektrum felbontása (ami az FFT-vel számítható harmonikus komponensek közötti távolság). Ha a mérendő jel egyetlen szinusz, és frekvenciája pl. 77,5 Hz, akkor éppen „feleúton” van két, egyáltalán lehetséges (77 és 78 Hz) spektrum vonal között! (Tehát a mért jel-szegmensre nem áll fenn a T_0 szerinti periodicitás, mert az egy $n \cdot f_0$ frekvencia-értéket tételez fel.)
Az FFT, szerencsére, „nem vak” erre az esetre (az lenne a „rossz válasz”), hanem olyan komponens-adatokat generál, amelyekkel a Fourier-sor által szintetizált közelítő jel „[négyzetes] eltérése” a mérendő jeltől minimális. Más szóval: a közeli, létező spektrum vonalaknak ad értéket (merthogy nem tud egyetlen vonalat megadni!), szemléletes technikai zsargonnal: a spektrum „szétszivárog”.
A **spektrum-szivárgás** egyrészt frekvencia- és amplitúdó-érték hibát okoz, másrészt „elnyomja” (felismerhetetlenné teszi) a közeli, a mérendő jelben ténylegesen jelenlévő kis amplitúdójú frekvencia komponenseket. Ezeket a hatásokat enyhíti az ún. ablak (súlyozó) függvény alkalmazása. A célszerű ablak-függvényt a mérési cél határozza meg.

[8] Információátvitelre a szinuszos jel valamelyik paraméterét változtatjuk (= moduláljuk).

7. A kerék trükkje (avagy miért forog visszafelé?) / Hogyan kerekítsünk? **Mintavételezés, kvantálás**

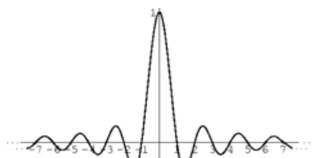
Amit látunk, az nem az!

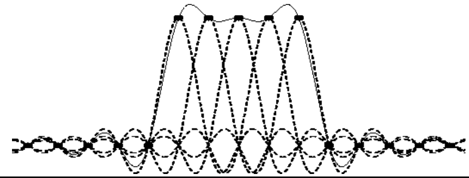
A mai (korszerű) mérőeszközök döntően **diszkrét** (időben mintavételezett és amplitúdóban kvantált) **adatokkal operáló mérési eljárások**at alkalmaznak. A műveleteknek a mérendőre gyakorolt lényeges hatásai meghatározzák a lehetséges felhasználásokat.

Mintavétel: pont (matematikai) mintavételezés esete

1. (kritikus) kérdés: visszaállítható-e a minták között a jel értéke?
A válasz: igen, ahogyan ezt az alábbi példa is szemlélteti – impulzus rekonstruálása[1] öt mintából, a minta-értékek: y_i = […,0,0,**1,1,1,1,1,**0,0,…]

$$SINC(z) = \frac{\sin(\pi z)}{\pi z} \qquad \rightarrow \qquad y(t) = \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} y_i \cdot SINC\left(\frac{t}{\Delta t} - i\right), \qquad \Delta t = 1/f_s$$





A mintagyakoriság: $f_s = 1/\Delta t = 1$, a pontok: jelminták, a szaggatott vonalak: SINC függvények, folytonos vonal: rekonstruált folytonos jel[2] (SINC függvények összege, és egy pont-minta hozzájárulása a jelhez: minta-középpontú, a mintával skálázott és a mintagyakorisághoz illesztett [a többi minta helyén nulla értékű] SINC függvény). A mintahelyeken egzakt a visszaállítás.

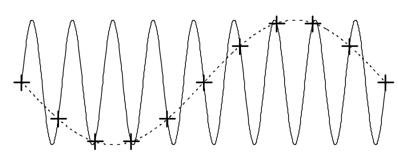
Az ún. SINC interpoláció (minden mintát felhasználó „végtelen összegzés") helyett a gyakorlatban közelítő, pl.

- szakaszonként konstans (csak egyetlen mintát felhasználó ún. „tartás"),
- lineáris (két mintát felhasználó „pont-összekötés"),
- csonkított SINC (néhány szomszédos mintát felhasználó „véges összegzés"),
- spline (három mintát felhasználó „harmadfokú közelítés")

visszaállítást – vagyis számítógépes algoritmust – alkalmazunk, a pontossági igénytől és egyéb feltételektől függően, a szükségesnél sűrűbb gyakoriságú adatokkal.

2. (alap) kérdés: mekkora $\boldsymbol{f_s}$ mintagyakoriság szükséges?

Mint az ábrából is kitűnik, két jel idő-mintái lehetnek azonosak, és mintavétel után (csak a mintákat tekintve) nem tudjuk, hogy valójában melyik jelet mintavételeztük! A jel-visszaállító algoritmusok mindig a kisfrekvenciás jelet, a (0, f_s/2) sávban lévő frekvencia-komponenst állítják elő, ezért ha a nagyobb frekvenciás jel volt a bemenet, akkor az „másnak mutatja magát", ún. **hasonmás (alias)** lép fel (az „alul"-mintavételezés miatt)!



A válasz (mint az FFT-nél adott kötés): legyen $\boldsymbol{f_s > 2 \cdot f_{max}}$, ahol f_{max} a jel max. frekvencia

---

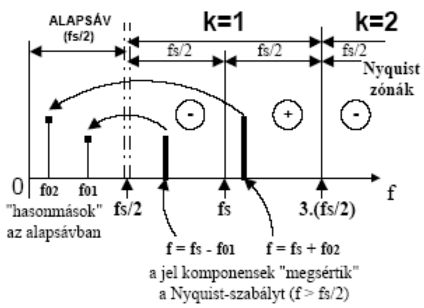
[1] Az időtartományban SINC interpoláció állítja vissza az egyenletes gyakoriságú mintákból a folytonos jelet (E.T. Whittaker, 1915. SINC: „sine cardinal"). Az ábrát matematikai szoftver generálta (lásd: képlet). Ugyanezt a funkciót a frekvencia tartományban az ideális aluláteresztő szűrő teljesíti: olyan fizikai eszköz (áramköri építőelem), amely frekvencia-szelektív, csak a (0, f_s/2) frekvencia-sávban „átlátszó".

[2] A ritka mintavétel – és az impulzus túl gyors változása – miatt a folytonos jel csak közelíti 1 értékét, „túllövés" és „hullámzás" tapasztalható (ún. Gibbs-jelenség, 1899). A helyzet hasonló ahhoz, amit már láttunk a négyszög-jelnek Fourier-sorral való közelítésénél.

komponense (alapsáv esetén, ún. Nyquist-szabály[3]).

Ennek oka a szinusz 2π szerinti periodicitása! (A Fourier-felbontás miatt elegendő egyetlen szinuszos komponenst vizsgálni.) Ha f_s (=1/Δt) gyakoriságú a mintavétel, akkor az $\boldsymbol{f_A < f_s/2}$, és minden $f = \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{f_s} \pm \boldsymbol{f_A} > f_s/2$ (k = 1, 2, ...) frekvenciájú szinuszos jel mintái azonosak, mert

$$\sin(2\pi \cdot (kf_s \pm f_A) \cdot i \cdot \Delta t) = \sin(\pm 2\pi \cdot f_A \cdot i \cdot \Delta t + 2\pi \cdot k \cdot i) = \sin(\pm 2\pi \frac{f_A}{f_s} i)$$



itt f_A/f_s <½ a numerikus (f_s-re normált) frekvencia. A negatív előjel egyszerűen fázis-fordítást jelent: sin(-x) = -sin(x).

Grafikusan: a frekvencia tengelyt (0-tól kezdve) $f_s/2$ nagyságú ún. **Nyquist-zónák**ra osztva, a (0, $f_s/2$) alapsávon kívüli minden (a jelben lévő) frekvencia komponens ebbe az alapsávba „lapolódik át", és ott f_A értékű kisfrekvenciás komponensnek „mutatja magát"! Az alulmintavételezett komponens tehát „belekeveredik" az alapsávba.

Mintavétel után már nem tudható, hogy pl. f_{01} valódi vagy „hamis" komponens-e. (Az amplitúdó spektrumban a fázis-fordítás nem látszik.) Nincs átlapolódás akkor, ha mintavétel előtt kiszűrjük[4] az $f_s/2$-nél nagyobb frekvenciájú komponenseket.

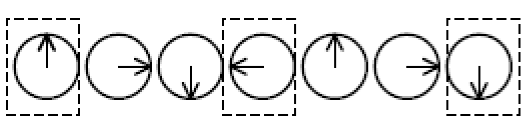
A nem elegendően gyakori mintavétel miatt fellépő **hasonmás (aliasing)** jelenségre a moziban is rácsodálkozhatunk: miért forog <u>vissza</u>felé az előrehaladó jármű kereke?

A film lejátszásánál 24 *álló* (mintavételezett) képkockát vetítenek le 1 s alatt, s ebből a szem (plusz az agy /DSP/) rekonstruálja a *mozgó* képet. Legyen $\boldsymbol{\varphi_A < \pi}$ a szögelfordulás (egyik vagy másik irányba) két, f_s (=1/Δt) gyakoriságú felvillanás között. A szögsebesség ω (= 2πf) = φ/Δt felhasználásával (a szögelfordulás 2π szerint periodikus!)

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{\pm \varphi_A + k \cdot 2\pi}{\Delta t} = k \cdot f_s \pm f_A$$

vagyis a tényleges f frekvencia helyett az f_A (= (1/2π)·(φ$_A$/Δt)) *látszólagos* értéket figyelhetjük meg, és a negatív érték a visszafelé forgás esete!

Szemléletesebb az alábbi példa: egy jelölt kerék jobbra forog 1 Hz-es fordulatszámmal, és ezt



így is látjuk f_s = 4 „villanás"/s gyakorisággal felvillanó fénynél. Ha azonban lecsökkentjük a mintavétel értékét f_s = 4/3 „villanás"/s értékre, ami azt jelenti, hogy csak <u>minden</u> <u>harmadik</u> képet látjuk, akkor a kerék látszólag <u>vissza</u>felé (balra) forog. (Igazoljuk ezt a frekvencia tengelyen is, a Nyquist-zónák felhasználásával!)

<u>Kérdés</u>: mikor áll[5] a kerék (látszólag)? Ismerünk-e olyan mérést, ami ezt hasznosítja?

3. (fontos) kérdés: periodikus jelből periodikus mintasorozat adódik-e?

Válasz: csak ha <u>koherens</u> a mintavétel, ha „m számú periódusból veszünk N mintát".

Ugyanis egy mintasorozat i-ben csak akkor N periódusú, ha $\boldsymbol{f_A/f_s} = \mathbf{m}/\boldsymbol{N}$ és m = egész

$$y_i = y_{i+N} = \sin\left(2\pi \frac{f_A}{f_s}(i+N)\right) = \sin\left(2\pi \frac{f_A}{f_s} \cdot i + 2\pi \cdot \left(\frac{f_A}{f_s} \cdot N\right)\right) = \sin(2\pi \frac{f_A}{f_s} \cdot i)$$

---

[3] H. Nyquist, 1928. (Eredeti neve Jonsson ... „Nyquist was just an alias".)

[4] A védelem megnevezése **AAF** (anti aliasing filter): hasonmásokat eltávolító szűrő. (Mozgófilm esetén pl. nincs ilyen optikai szűrő, ezért ott „együtt kell élni" a hasonmás jelenséggel.)

[5] "Nyquist vudu": mintavétel <u>után</u> „nincs jel"! (El tudjuk ezt képzelni pl. az időtartományban szinuszos jel esetén? Igazoljuk a frekvencia tartományban, a Nyquist-zónák felhasználásával!)

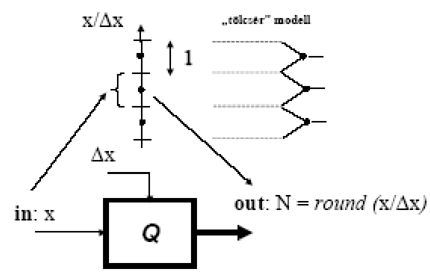
A feltétel másképp ($T_A = 1/f_A$ és $\Delta t = 1/f_s$ jelöléssel): $\mathbf{m \cdot T_A = N \cdot \Delta t}$ („m periódusból *N* minta”). Ez a kapcsolat nemcsak FFT-nél fontos (hogy ne legyen spektrum szivárgás), hanem pl. jel-generálás esetén is (ahol memóriában tárolt véges mintasorozatot „játszunk vissza” ismételten).

4. (lényeges) kérdés: milyen a mintavételezett jel spektruma?
Válasz: az egyenletes mintavétel eredménye periodikus spektrum. Az alapsávi spektrum ismétlődik minden $k \cdot f_s$ pont környezetében (a Nyquist-zónákban, a páros (-) zónában *fordított* frekvencia sorrendben), tehát f_s többszörösei centrummal **képmások (images)** jelennek meg!

A képmások nem harmonikusok, és az y_i mintavételezett jel nem végtelen teljesítményű. A képmások csak azt szemléltetik, hogy ezeken a helyeken lévő bármelyik frekvencia komponens mintavételezésével előállhatott az y_i mintasorozat. Ebből – szemléletesen – következik a **Nyquist-szabály**: ha a bemenet sávja kisebb, mint egy Nyquist-zóna, akkor a képmások „nem lapolódnak át”, és így a mintavétel *megfordítható*: a $(0, f_s/2)$ alapsáv kiszűrésével[6] visszaáll a mintavétel előtti (folytonos) jel.

Kvantálás (kerekítés): valós → egész (mérőszám) konverzió[7] esete

1. A kvantálás(Q), melynek metrikai egyenlete: $(x/\Delta x) + e = N$, visszavonhatatlan, $|e| < ½$ terjedelmű **hiba** (error) fellépésével jár. A hiba pillanatértéke bemenet-függő, és az *N* mérőszám egy intervallumot jelöl (mert nem tudjuk, hogy azt az intervallumban lévő melyik érték generálta; jól érzékelteti ezt a tölcsér modell).



Ha a mérendő analóg tartomány terjedelme X_{FS} (full scale), akkor **n** bites mérőszám (összesen 2^n állapot) esetén[8] az **egység** (a felbontás): $\Delta x = X_{FS}/2^n$. A legkisebb helyérték súlya többféle módon is megadható:

bit-szám **n**	állapot-szám (2^n)	$\Delta x = \frac{X_{FS}}{2^n}$ **ha X_{FS} = 10 V**	**%** FS $\left(\frac{1}{2^n} \cdot 100\right)$	**ppm** FS	**dB** FS [$20 \cdot \log(1/2^n)$]
10	1024 (1000)	9.77 **mV** (≈10 mV)	0.098 (0.1)	977 (1000)	- 60
16	65 536	153 **μV**	0.0015	15	- 96
20	1 048 576	9.54 **μV** (≈10 μV)	0.0001	1	- 120

Bináris kódolás számítógépes interfésznél célszerű, vizuális megjelenítéshez viszont decimális a számkijelzés. A DIGITszám(d) – BITszám(n) *ekvivalencia*[9]: $d \approx 0{,}3 \cdot n$.

2. A kvantáló átvitele – a kimenet (*N*) a bemenet ($x/\Delta x$) függvényében – „lépcsős” karakterisztikájú, tehát igen erősen **nemlineáris**. Szinuszos jelre egy nemlinearitás felharmonikus frekvencia komponenseket állít elő, más szóval torzítást okoz. Ez azt jelenti, hogy a kvantálás módosítja a mérendő jel spektrumát, ami csak akkor elfogadható, ha a torzítás kis szintű (és lehetőleg legyen *zaj*-jellegű).

---

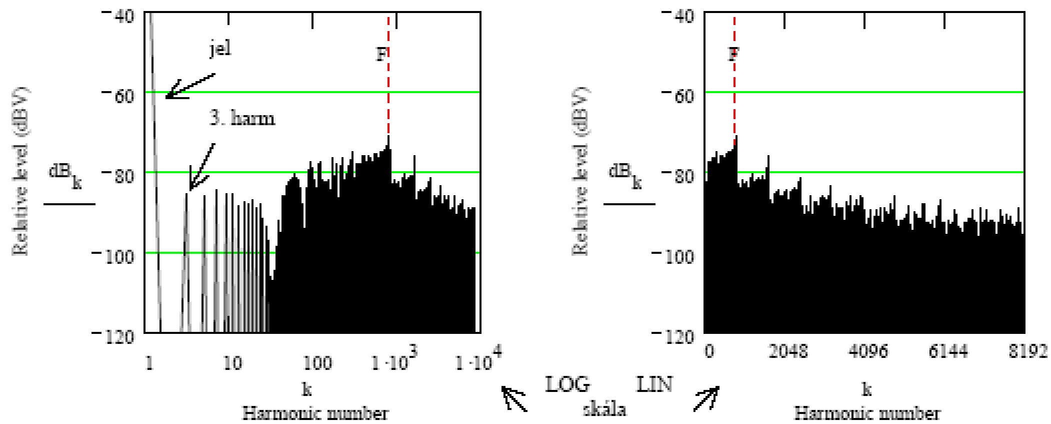
[6] A megnevezés **AIF** (anti imaging filter): képmásokat eltávolító szűrő.

[7] A matematikai szoftvereknél is megtalálható *round*() művelet.

[8] Ha viszont az egység (Δx) és a tartomány (X_{FS}) van előírva, akkor a szükséges bitszám:
$$(X_{FS}/\Delta x) = 2^n \;\rightarrow\; \log(X_{FS}/\Delta x) = n \cdot \log 2, \text{ és ebből } n \geq 3{,}3 \cdot \log(X_{FS}/\Delta x)$$

[9] Mert $2^n \approx 10^d \;\rightarrow\; \log 2^n \approx \log 10^d$, és innen $d \approx (\log 2) \cdot n = 0{,}3 \cdot n$ (mert $\log 2 \approx 0{,}3$).
Például “n = 16 bit (CD lejátszó)” kb. “d ≈ 4.8 digit → 4½ digites multiméter”. (Ha a kijelzés legmagasabb helyértékén nem teljes a digit-szám, akkor a technikai zsargon: “½ digit”; ez itt inkább „¾ digit”.)

Speciálisan a *round*() művelet csak páratlan számú harmonikus értékeket generál, ahogyan ezt az alábbi (N = 16K pontos FFT-vel számolt) ábra is szemlélteti:

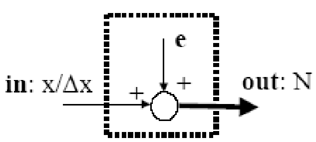


A bemenet: sin(2π·(1/s)·i), ahol $s = 2^{14}$, tehát jelentős a „túl"-mintavételezés (a hasonmások elkerülésére!), a felbontás: n = 8 bit, és a jel szintje: 0 dB.
(A max. szintű harmonikus száma: $F \approx \pi \cdot 2^n$, és ennek a szintje ≈ -9·n + 6 [dB])

A LOGaritmikus frekvencia skála a „páratlanságot", a LINeáris skála pedig ebben az esetben a „fehér-zaj jelleget" jól szemlélteti.

3. A méréstechnika nagy csele: **lineáris** kvantáló modell

A nemlinearitás hatását igen nehéz számba venni, s ha mégis – mivel a szuperpozíció elv nem használható –, minden bemenő jelre külön-külön kell a számítást elvégezni. Ráadásul a hiba pillanatértéke is bemenet-függő. Ezért ha elég nagy a felbontás, és a mérendő jel igen dinamikus (spektrálisan „összetett"), akkor a kvantáló hibáját a bemenettől *független*, szélessávú *zaj*-forrással[10] modellezzük:



round() művelet esetén az **e** hiba egyenletes eloszlású (az |e| < ½ tartományban) és spektrálisan fehér zaj (egyenletes amplitúdó spektrum a 0, $f_s/2$ tartományban).

Mintavétel és kvantálás együtt:

Az f_s **mintavételi frekvencia** a sávszélességet (a mérhető spektrumot), az n bites **felbontás**ú kvantálás a dinamikát (a pontosságot) korlátozza. Eszközök összehasonlításához kiindulás lehet az „átviteli kapacitás":

$$2^n / \Delta t = 2^n \cdot f_s$$

A két alap-paraméter (f_s és *n*) egyidejű javítása a gyakorlatban egymásnak *ellentmondó* követelmény! Jellegzetesen eltérő kategóriát képviselnek a nagy mintagyakoriságú (de emiatt kis felbontású), ill. a finom felbontású (de lassú, kis mintavételi frekvenciájú)[11] eszközök. Egy „univerzálisan" használható átalakítónál az várható, hogy „ebből is egy kicsit, abból is egy kicsit".

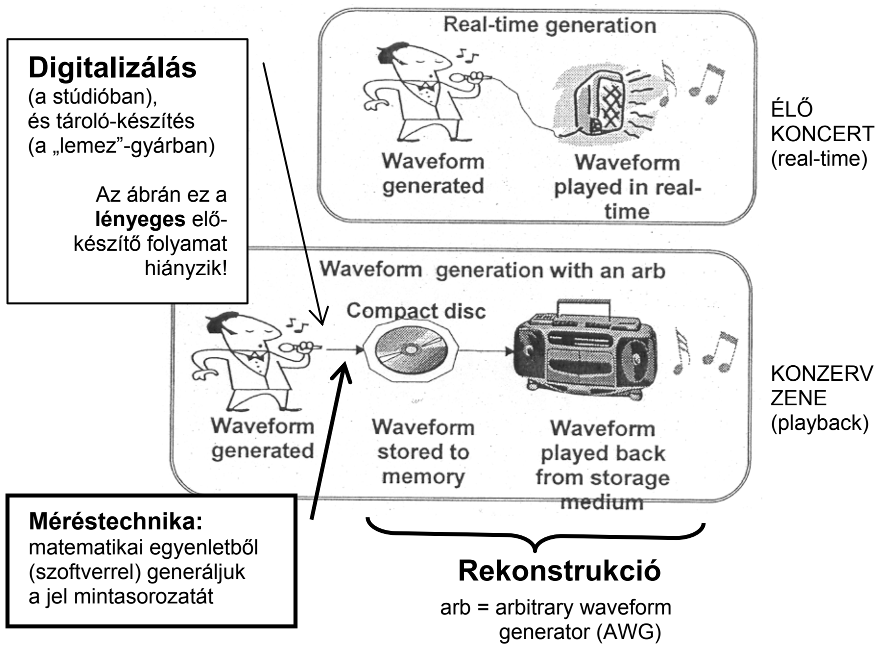
[10] Ez rossz becslés kisszintű (durva felbontású) vagy periodikus jel, ill. konstans jel esetén.

[11] Egy trükk: a gyakorlatban igen nagy felbontású átalakítót úgy építünk, hogy igen kis bitszámú, de igen nagy mintagyakoriságú átalakító mintasorozatából **digitális szűrő** eltávolítja a kvantálási (fehér) zaj nagy részét, tehát lényegesen megnöveli a *jel/zaj arány*t és így a bitszámot is (!), miközben lecsökkenti a minták gyakoriságát (ún. decimáló szűrő).
Megjegyzés: tovább is lehet fokozni a kvantálási zaj „kisöprését" a hasznos (kis-frekvanciás) sávból ún. **zaj-formálás**sal (technikai megnevezéssel ez a ΔΣ elv /moduláció/).

8. A CD[1] titka / Átjáró a valóságos és a virtuális világ között
Jel digitalizálás és rekonstrukció, A/D[2] és D/A átalakítás

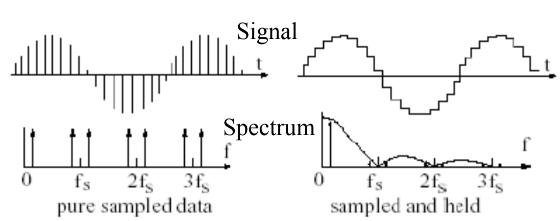
A „digitális eltolódás" nem csodaszer.

1. Életből ellesett, jól ismert példa szemlélteti (és teszi összevethetővé) az <u>analóg</u> jel-generálás (real-time, valós idejű) és a <u>digitális</u> jelszintézis (playback) módszerét:



A CD "titka" ma már közismert: jel-digitalizálást követően, a „virtuális világban" rögzített numerikus adatokból rekonstruálja a lejátszó a felvett jelformát a „valós világ" követelményei szerint (lehetőleg HiFi[3] minőségben). Ez a technológia, számos előnye révén, a méréstechnikában is igen sikeres!

2. A **rekonstrukció** (ahogyan a digitalizálás [= mintavétel + kvantálás] is) „megér egy misét". Különösen az a *probléma*, hogy fizikai jel előállításánál hogyan lehet egyszerűen (gazdaságosan) megoldani az interpolációt. A megoldás:



a mért értéket ($m = N \bullet \Delta x$) fizikai jelként egy **D/A** átalakító[4] generálja, míg egyenletes f_s gyakoriságú mintavételezés esetén a diszkrét → folytonos idő átalakításhoz („undo" sampling) a leg-praktikusabb módszer a <u>szakaszonként konstans</u> interpoláció („tartás"), amelyet igen egyszerű hardver: digitális **regiszter** realizál. Ez tárolja a D/A átalakító <u>előtt</u> egy minta-időköz értékig az N mérőszámot. (A regiszter tartalma f_s gyakorisággal frissül.) A „lépcsős hullámformát" generáló (ún. **NRZ**: non-return to zero) üzemmód nem tünteti el

---

[1] CD: Compact Disc [16 bit / 44.1 kHz] – van ugyan adatvédelem, de még nincs adatkompresszió, mint pl. DVD-Audio esetén [20(24) bit / 96(192) kHz]. <u>Kérdés</u>: CD-nél miért éppen 44.1 kSample/s?

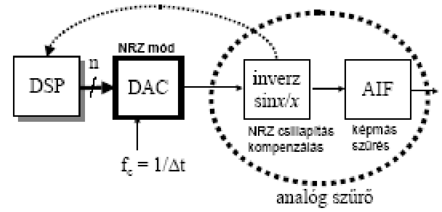
[2] **A** = analóg (**jel**: értékben és időben folytonos), **D** = digitális (**adat**: értékben és időben diszkrét).

[3] High Fidelity (nagy jelhűség = kicsi torzítás).

[4] DAC: digital-to-analog converter (az eszköz csak "hibrid" szorzást valósít meg!).

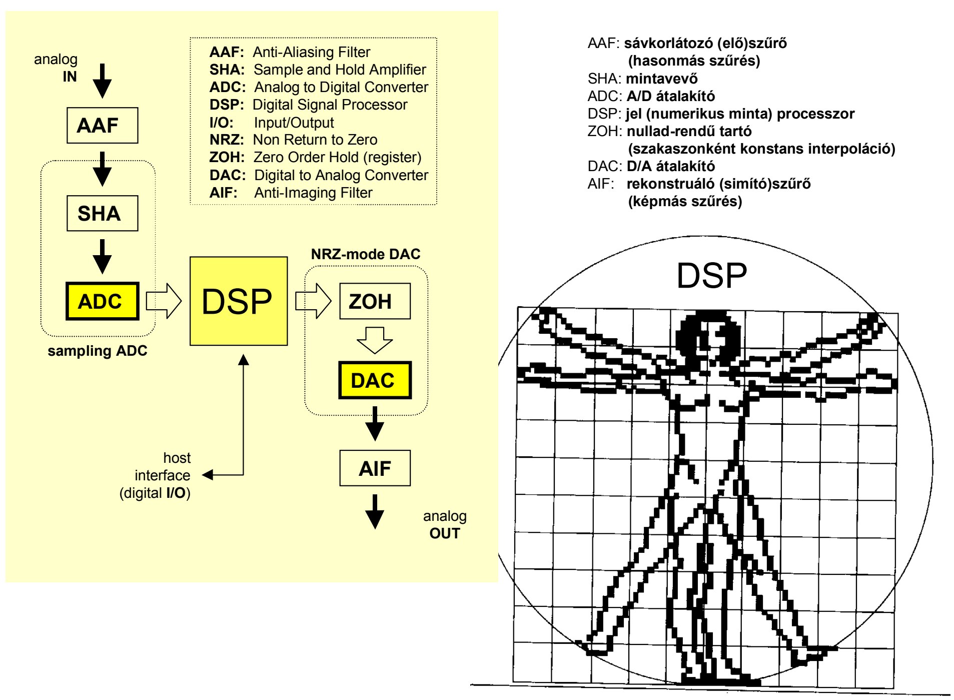
(nem szűri ki) teljesen a képmásokat, csak csillapítja azokat – a tartás „időfüggvényének” megfelelő – $\sin x/x$, $x = \pi\cdot(f/f_s)$ spektrális formával; sajnos a hasznos sávban is érvényesül ez a frekvenciával növekvő amplitúdó-csillapítás! (Az egyszerűségnek ez az ára.)

A tartási idő egy minta-időköz: $\Delta t = 1/f_s$, és emiatt f_s egész számú többszöröseinél zérusok (éles frekvencia „leszívások”) lépnek fel (ez jó), de az alapsáv szélén ($f = f_s/2$ értéknél) már –4 dB az amplitúdó-csillapítás.
A lépcsős (minta-időközig „kitartott”) hullámforma viszont megoldja azt a gyakorlati problémát, hogy elvileg pont (pillanatérték) mintákat igényelne az interpolációs algoritmus.



Szerencsére a csillapítás kompenzálható „inverz $\sin x/x$” átvitelű szűrővel! A kompenzálás összevonható az analóg képmás szűrővel (AIF), vagy előzetesen is elvégezhető ez a korrekció a digitális tartományban (ún. digitális előtorzítás).

3. A **digitális technológia** valós világgal „érintkező” jelfolyam diagramját (ami többek között[5] a méréstechnikára is jellemző) az alábbi ábra összegzi (a széles körben használt hárombetűs rövidítésekkel, a szokásos DSP nézőpontból):



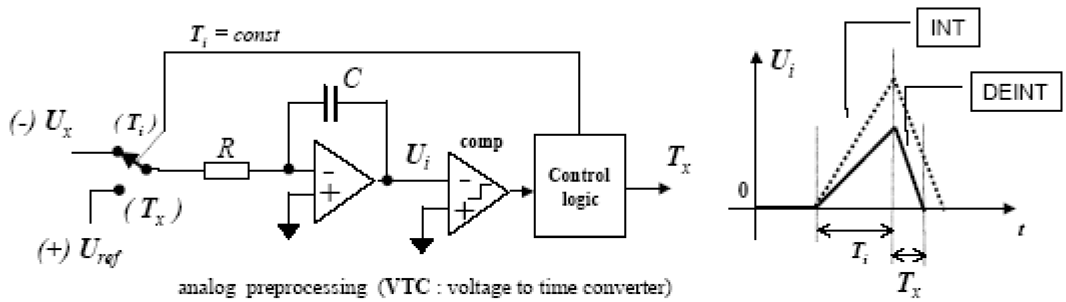
A bemeneti jel digitalizáló (front-end, analog-in-port, acquisition, capture, measurement) hozza létre a digitális formát**:** a jelet leíró numerikus mintákat, a kimeneti jel rekonstruáló (back-end, analog-out-port, synthesis, exporting, generation) állítja vissza a jelalakot**:** az analóg formát. Az eredmények eléréséhez vagy a beavatkozáshoz szükséges emberi kapcsolatot az információs interfész (gyakran GUI: graphical user interface) teremti meg. A számítógépes háttér bekapcsolása lehetőséget ad a mérés-automatizálásra, és az eszközök mérő-rendszerbe integrálására is. Az „analóg átjárás” alapeszközei mérésnél az **A/D**

[5] Pl. a számítógépes hangkártyára is gondolhatunk…

átalakító, jelgenerálásnál pedig a **D/A** átalakító.

4. A/D átalakításhoz az *osztás*i funkciót valósítjuk meg lépésenként[6] (pl. SAR ADC), vagy a kvantálás intervallum-megjelölését realizáljuk közvetlenül analóg komparátorok-kal[7] (pl. flash ADC), vagy könnyen digitalizálható mennyiséggé alakítjuk a mérendőt (mint pl. frekvencia, időtartam). Utóbbira illusztratív példa a digitális voltmérők egyik kedvelt konvertere.

„Dual-slope" módszer:



A működés két lépése: INT (integrálás) és DEINT (lineáris kapacitás-kisütés). A jelleg-zetes idődiagramra (a kétféle feszültség-meredekség formára) utal az elnevezés: **dual slope ADC.** *Nincs* feltüntetve a T_x idő mérése. Két átalakítás is van: VTC[8] → TDC[9].

Először a mintavevő *C* kapacitásban, előre rögzített T_i időtartamig, az U_x mérendő „T_i idő-tartamra vett **átlag**értékével arányos" töltést halmoz fel az integráló műveleti erősítő [Q = ($\hat{U}_x$/*R*)· T_i]. Az igazi analóg bipoláris integrálás (az átlag-mintavétel) végén detektáljuk az előjelet – az ábra unipoláris esetet szemléltet (az U_x bemenet konstans, és negatív előjelű). Aztán a felhalmozott töltést ellentétes irányú árammal kisütjük [Q = (U_{ref}/*R*)· T_x], miközben mérjük a létrejött (a mérendő átlagával arányos) T_x időtartamot.

A töltés-azonosság (igazi töltés-kiegyenlítés!) alapján, ha $T_i = K{\cdot}\Delta t$, és a T_x időtartamot is Δt egységgel mérjük, akkor a metrikai egyenlet:

$$VTC:\left(\frac{1}{T_i}\int_0^{T_i}\frac{U_x(t)}{R}dt\right)\cdot T_i=\frac{U_{ref}}{R}\cdot T_x \quad \xrightarrow{T_i=K\cdot\Delta t,\ \ TDC:(T_x/\Delta t)+e=N} \quad \frac{\overline{U_x}}{(U_{ref}/K)}+e=N$$

ahol a zárójeles integrál a feszültség(gel arányos áram) átlagértéke (→ töltés-összegzés), és végül az időmérést követően a (feszültség)egység: $\Delta u = U_{ref}/K$.

Tripla előny:[10] (a) *C*, *R*, Δt értéke „nem számít" (érzéketlen ezek értékváltozására), a mérő igen *robusztus*, (b) hatékony „beágyazott" zavar-elnyomással rendelkezik (az egyenszintű mérendőre szuperponálódott *T* periódusú[11] zavarjelet $T_i = n{\cdot}T$ választással *kiátlagolja*), és (c) a mérőszám előállítása igen egyszerű (számláló, ami – az első fázisban – T_i beállítására is felhasználható, tehát *gazdaságos* is).

[6] Emlékezzünk az osztás "papíron, ceruzával" végzett műveletére! (SAR: successive approximation register; fokozatos érték-közelítés.)

[7] Ez igen gyors átalakítás, de hatványozottan nő a komparátorok száma: n bit esetén 2^n intervallum valamelyikében lehet a mérendő (flash: egy „villanás" alatt, egy lépésben megtörténik a konverzió).

[8] VTC: voltage-to-time converter ("átlag mintavétel"), ezt mutatja az ábra.

[9] TDC: time-to-digital converter ("T_x mérése kapuzott esemény-számlálással"), *nem* szerepel az ábrán.

[10] Az *Electronics* c. lapban (1980) a „12 legjobb áramkör" között van a „dual slope" (1955) módszer (a flip-flop /tároló/: 1919, PLL: 1932, OpAmp: 1938 társaságában). Mai vetélytársa a ΔΣ elvű konverter.

[11] A hálózati tápellátás (T = 20 ms) a domináns zavarforrás, ezért min. T_i = 20 ms a mintavétel.

5. D/A átalakításhoz (hibrid) *szorzás* kell: $N\cdot\Delta x = (N/2^n)\bullet(\Delta x\cdot 2^n) = \mathbf{q}\cdot X_{FS}$, n bites szó-hosszúságú, bináris kódolású adat[12] esete. Áramköri szinten *összegzés*sel,[13] kapcsolt referencia-növekmények *lineáris szuperpozíció*jával valósítjuk meg.

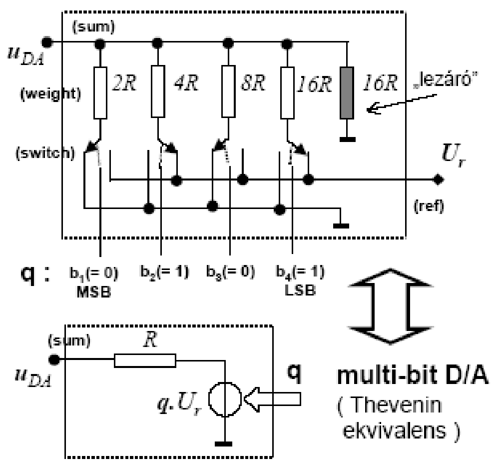
$$x_{DA} = q\cdot X_{FS} = \left(\sum_{i=1}^{n} b_i\cdot 2^{-i}\right)\cdot X_{FS} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(X_{FS}\cdot b_i\right)\cdot 2^{-i} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_{FS}}{2^i}\right)\cdot b_i$$

összegzés (sum)
súlyozás (weight)
kapcsolás (switch)

Az adat-bitek aktuális értékétől függ egy-egy érték-növekmény bekapcsolása ($b_i = 0,1$), X_{FS} az unipoláris analóg tartomány. Az algebrailag ekvivalens formák igen eltérő eszköz-topológiákat eredményeznek. Illusztratív példa egy feszültség kimenetű D/A átalakító-mag.

„Ellenállás-létra" hálózat:



Feszültség-kapcsolás, a súlyozáshoz bináris-arányú ellenállások ("létra") és lineáris szuperpozíció (összegzés) realizálja a unipoláris, n bites, **párhuzamos D/A** átalakítót (n = 4 bit).

A tervezőt izgatja az áramköri felépítés,[14] a felhasználónak elegendő a helyettesítő kép (Thevenin ekvivalens):[15]
a **q** numerikus minta és az U_r (= X_{FS}) referencia szorzata a forrásfeszültség: $\mathbf{q}\cdot U_r$ (ez tehát a D/A funkció), a forrásellenállás pedig: R (a lezáró ellenállás bit-számtól független forrás-impedanciát ad).

A terhelés **nem** módosítja a D/A funkciót (csak az u_{DA} kimenet tartománya, az átfogás változik), jó referencia-kihasználáshoz kis terhelés kell (pl. nem-invertáló műveleti erősítő). Megjegyzés: a kimenet lehet áram is!

A **q** numerikus mintát tároló adat-regiszter (DAC register) *nem* szerepel az ábrán.

Ha az adatátvitel szélessége kisebb a bit-számnál, vagy egyenletes adatfrissítés az igény, akkor dupla puffer (két, egymást követő tároló) szükséges és külön adat-érvényesítés a második tárolóhoz (DAC register).
Integrált áramköröknél a soros adatátvitel csökkenti hatásosan a kivezetések számát, ilyen esetben az első tároló (input register) egyben a soros/párhuzamos átalakító is.

---

[12] Az *N* mérőszám egész ("jobbra igazított adat"), **q** tört szám („balra igazított"), a (szám)jegyek változatlanok! Általában n és X_{FS} rögzített, így $\Delta x = X_{FS}/2^n$ „kialakul".

[13] A számítógép algoritmusok is összegzésre vezetik vissza a szorzás műveletét. ("A számítógép csak összeadni tud, de azt igen-igen sebesen".)

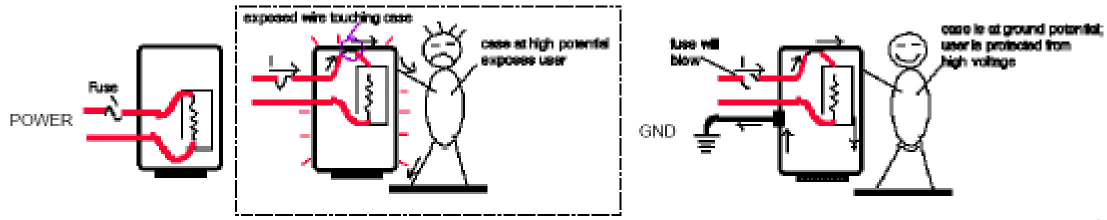
[14] Pl. egyszerű trükk: impedancia-eltolás csökkenti az igen gyorsan (bináris hatvány szerint) növekvő ellen-állás értékeket, míg végül: "R/2R létra".
Igen nagy mintagyakoriságú átalakításhoz gyorsan átkapcsolható *áram*generátorokat használunk.
Kis fogyasztáshoz *kapacitás* a súlyozó elem (töltés-manipuláció).

[15] A kapcsolt feszültség-források hatását egymástól függetlenül, külön-külön elemezve és összegezve (a szuperpozíció elv alapján) kapjuk a modellt. MSB (most significant bit): a legmagasabb helyértékű bit, LSB (least significant bit): a legkisebb helyértékű bit.

9. Meleg (Hi), hideg (Lo), (védő)föld
Alapjellemzők mérése

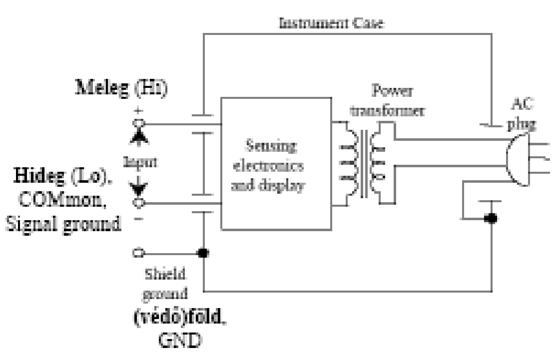
Biztonság (életvédelem) mindenek előtt!

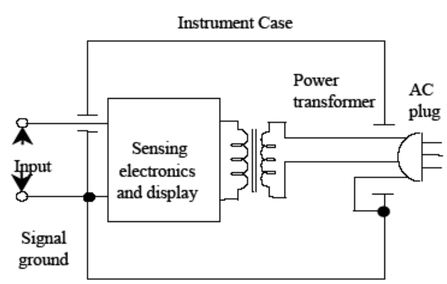
1. (a) Hálózati tápellátású mérőeszközöknél a készülék (fém)háza – mint pl. minden háztartási készülék (!) esetén is – a három-vezetékes (fázis, nulla, életvédelmi /anya/föld: GND[1]) hálózati kábel föld-pontjához van kötve, érthető életvédelmi okból.



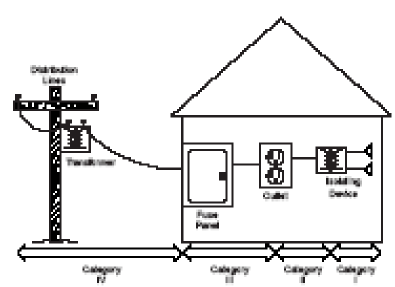
Így biztonságos: nem érheti áramütés az embert, ha véletlenül zárlat keletkezne a fázis[2] és a ház között. (Mobil – telepes – eszközöknél nincs ilyen probléma.)

(b) Ha a mérőáramkör jel-földje (a „hideg" vezeték: signal ground, COMmon, Low) nincs hozzákötve az életvédelmi földhöz (védőföld: GND, shield ground), akkor a mérőáramkör „lebeg" (a jelföld eltérő potenciálú a védőföldhöz képest). A készülékek többsége „lebegő műszer", és a hálózati transzformátor (AC plug, power transformer) biztosítja az érzékelő elektronika és a kijelzés (sensing electronics and diplay) leválasztását.





Kivéve a nagyfrekvenciás jelméréseket, mint pl. az oszcilloszkóp esete, amelynél össze van kötve a jel- és az életvédelmi föld („nem lebegő műszer"), mert technikailag nem járható út a szétválasztás; a jel (a „meleg" vezeték, High) természetesen „lebeg", és itt is van transzformátoros elszigetelés!
Csakis ilyen típusú (ún. I.-kategóriás) eszközökkel[3] találkozunk; a nagyfeszültségű/erősáramú (energetikai) – nagy körültekintést és speciális eszközöket igénylő – technika „külön (mérés)kultúra".

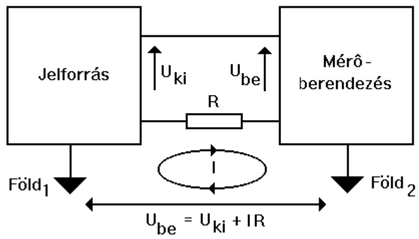


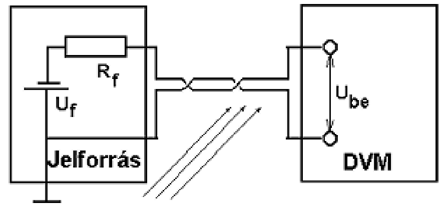
2. A jel védelméről is gondoskodni kell – különösen kis szintek mérésénél! A környezeti zavar elhárítása a jel-vezetékről (pl. a jó földelés, vagy speciális árnyékolt mérőkábel

[1] GND: ground. (Vigyázat, jel-föld jelölésre is szokásos ez a rövidítés!)
[2] A föld és a nulla-vezeték között is felléphet potenciálkülönbség, ezért azt is tilos „fogdosni"! (Pláne, hogy gyakran nem is tudjuk, melyik a fázis és melyik a nulla-vezeték.)
[3] „Emberrel érintkező" (orvosdiagnosztikai) eszközöknél további, igen szigorú előírásokat kell betartani.

használata), azaz méréshez a minél tisztább(zavarmetes) jel előállítása kulcs-kérdés!

Két eltérő „föld”-potenciálú eszköz összekapcsolásánál földhurok alakul ki (ami lebegő műszer /vagy forrás/ esetén nem lép fel), ezért azonos ponthoz kell földelni (kerülendő a földhurkot).



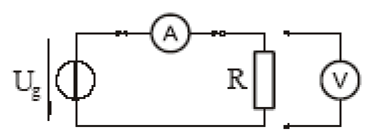


A kapacitív, ill. induktív csatolás hatását elektrosztatikus, ill. mágneses árnyékolás minimalizálja, pl. már egy *sodrott érpár* is jelentősen csökkenti az induktív zavarást (DVM: digitális voltmérő).

A zavarszűrés beépülhet a mérésbe, utólagos adatfeldolgozással is van rá lehetőség (akár éppen DSP algoritmus lehet a „megváltás”), de az érzékelés és jelkondícionálás művelete az igazi terep, amit ott elrontunk, azt gyakran később nem tudjuk korrigálni.

3. Áram (**A**), feszültség (**V**) mérése, és kis kiegészítéssel ellenállásé[4] (**Ω**) is.

(a) Áram méréséhez a hálózatot megszakítva (!), abba *sorosan* kell beiktatni az **A-mérő**t (átfolyik rajta az áram, és ideális esetben az eszköz „vezeték” = ellenállása zérus). Feszültség méréséhez a **V-mérő**t két hálózati pont közé *párhuzamosan* kötjük (és ideális esetben „szigetelés” = ellenállása végtelen, rajta nem folyik áram).



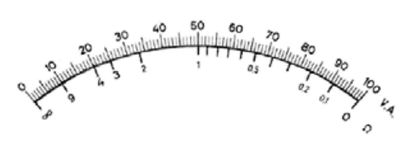
A vázolt hálózatban mért értékek (ideális eset, Ohm törvény): „**A**” = U_g/R, „**V**” = U_g.

(b) Hagyományos analóg műszereknél a gyártók nem készítenek külön mérőket, hanem csak egy **„alapműszert”**, amelynek végkitérése I_m ill. U_m értéknél lép fel, tehát véges a belső (ún. műszer) ellenállás:[5] R_b (= U_m / I_m)!

Probléma (kettő is van): R_b nem nulla (**A**), ill. nem végtelen (**V**), és az U_m ill. I_m végkitérésnél nagyobb mérendő érték tönkreteszi a műszert.

Megoldás (kettőt egy csapásra): méréshatár kiterjesztés. **Feszültség mérés**nél: soros, R_b-nél nagyobb értékű, ún. előtét-ellenállás beiktatása (így a mérendőnek csak egy része jut a műszerre, és egyúttal megnő a mérő ellenállása!). **Árammérés**nél: megosztjuk az áramot, „eltereljük” egy részét egy párhuzamos, R_b-nél kisebb, ún. sönt-ellenállással (és ezzel a mérő ellenállása is lecsökken!).

(Megjegyzés: belső feszültség- (vagy áram-)forrás és egy hiteles ellenállás kiegészítéssel, az „alapműszer” közvetlen **ellenállás mérés**ére is alkalmas, de a skála nem lesz lineáris. Kérdés: az ábra szerinti ún. soros ohmmérő fordított **Ω**-skálája alapján, ahol végkitérésnél van 0 Ω, mi lehet a kiegészítő forrás, feszültség vagy áram?)



[4] Áramkörből kivett ellenállás!

[5] Ha R_b < 1 Ω, elfogadható „vezeték“-nek; ha R_b > 10 MΩ, akkor tekinthető „szigetelés”-nek. Az aktuális érték valami „köztes” adat. Ha univerzális a műszer, azaz mind A-, mind V-mérőnek jó minőségű, akkor az alapműszer olyan, amelynél I_m kicsi (így ellenállása kicsi A-mérőként, és nagy – a szükséges előtét miatt – V-mérőként). A gyakorlatban R_b helyett I_m reciprokát adják meg műszer-állandóként.
Ha pl. I_m = 40 μA, akkor a műszer-állandó értéke (1/40μA) = 25 kΩ/V, így a műszer mint **V**-mérő 10 V-os méréshatárban 25 kΩ/V • 10 V = 250 kΩ ellenállással terhel.

És máris kezünkben van az univerzális (kézi)műszer: az üzemmód kapcsoló választja ki a mérendőt, míg a méréshatár-váltó az optimális mérési tartományt!

(c) Korszerű digitális mérőeszköznél többnyire *feszültség*et mérő **A/D konverter** az „alapműszer”, ennek adott bemenetéhez kell illeszteni (csillapítani, erősíteni vagy átalakítani!) a mérendőt. *Áram* méréséhez kis ellenállás a jel-váltó. *Ellenállás* méréséhez belső, hiteles áramforrással generálunk a mérendővel arányos feszültséget.

A számjegyes érték-megjelenítést pontosnak hisszük. Kérdés: mennyi a bizonytalanság, ha egy elemnél $\boxed{\mathbf{2.47}\ \mathrm{V}}$ a mért érték, és a mérőeszköz 1 %-os pontosságú?

Válasz: (a) Ideális esetben is van (a kvantálás miatt) ±½ terjedelmű hiba, ez itt $u_1 = 0.005$ V = 5 mV. (b) A pontossági specifikációból adódóan $u_2 = 2{,}47 \bullet 0{,}01$ V = 0,0247 V ≈ 25 mV, ez itt domináns! (c) Hogyan értékeljük ezt az információt? Mérés előtt: csak az mondható az elem feszültségéről, hogy 0 V („kisütött” állapot) és 3 V („feltöltött” állapot) között lehet, és ezt az (igen nagy bizonytalanságú) apriori ismeretet módosítja a mérés, hiszen mérés után már tudjuk: az elem feszültsége 2,47 V ± 25 mV. (Azért ez jóval kisebb bizonytalanság!)[6]

Digitális multiméternél, a bemeneti túlterhelés-védelem mellett, gyakori szolgáltatás az automatikus méréshatár-váltás (auto range) is.

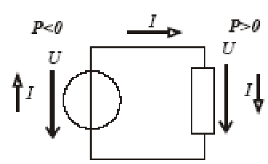
(d) Villamos méréseknél kiemelt fontosságú a feszültség és az áram mérése, ezek ismerete jól hasznosítható más mennyiségek mérésénél is. Az igen széles tartomány extrém (igen kicsi vagy igen nagy) értékei speciális eszközöket és gyakran különleges eljárásokat igényelnek – és ez a frekvencia tartományt tekintve is érvényes.

(e) Váltakozó (AC[7]) jel esetén – gondoljunk most a szinuszos jelre – az amplitúdó (csúcs, peak) érték helyett az **effektív (rms[8]) érték** mérése szokásos.[9] Speciális „rms konverter” (AC/DC átalakító) állítja elő az rms érték DC ekvivalensét, az A/D átalakítás előtt.

4. Teljesítmény ($\mathbf{P} = U \bullet I\ [= U^2/R = I^2 \cdot R]$) mérése.

(a) A DC teljesítmény legegyszerűbben a fogyasztói feszültség (U) és áram (I) mérési eredményéből számítható.

A fogyasztó felvesz energiát (teljesítménye pozitív), a termelő lead energiát (teljesítménye negatív előjelű).



[6] Lehetne (a) összegezni a két hibát, ha mindkettőt korlátnak tekintjük (legrosszabb esetű hibabecslés). (b) Az 1 %-os adat valószínűleg „3σ (vagy 2σ) korlát” (vagy egyenletes eloszlás hibakorlátja, ezt csak a műszer adatlapja alapján lehetne eldönteni), független hibákat feltételezve szórás-négyzet összegzést is alkalmazhatunk (valószínűségi hibabecslés), de mennyi a kvantálási hiba szórása? (Egyenletes eloszlás esetén a „szórás = félszélesség/√3”, itt a kvantálásnál pl. 5/√3 ≈ 3 mV).
A vizsgált esetben persze nincs értelme a szigorú bizonytalanság-becslésnek („ágyúval verébre”).

[7] AC (alternating current): váltakozó *kontra* DC (direct current): egyen /vagy konstans/ jel. A jelzőt, bár eredeti jelentése az áramra utal, más típusú váltakozó ill. egyen jel megnevezésére is használjuk, pl. AC feszültség = váltakozó feszültség.

[8] **rms**: root (of the) mean (of the) square, „négyzet-átlag négyzetgyöke” – a definiáló egyenlet alapján elnevezve. Az effektív érték egyszerűen DC ekvivalens: a váltakozó feszültség (vagy áram) effektív értéke azzal az egyenfeszültséggel (vagy árammal) egyenlő, amely azonos ellenálláson ugyanakkora hőenergiát termel, tehát amivel azonos teljesítményű.
Ha egy *szinuszos* jel amplitúdója (csúcsértéke) U_p, akkor az effektív értéke $U_{eff} = U_{rms\,AC} = U_p/\sqrt{2}$.
Fontos, hogy a mérésnél milyen a „csatolás” (coupling): ha a jelben van DC komponens, akkor azt le kell választani ún. „AC csatolás”-sal (kapacitás beiktatása a jelútba), mert a „teljesítmények összeadódnak”:

$$(U_{total\,rms})^2 = (U_{rms\,AC})^2 + (U_{DC})^2$$

[9] Az áramkör teljesítmény-viszonyaira ez mérvadó. De pl. túlterhelésnél a csúcs-érték érdekes.

Ha a mérők fogyasztását korrekcióként figyelembe kell venni, akkor az függ a mérési elrendezéstől. Kérdés: hogyan (R ellenállás a fogyasztó)?

(b) AC teljesítmény mérésénél az effektív értékek számítanak, és a szorzás elektronikusan, vagy digitalizálást[10] követően numerikusan (DSP) realizálható.

Szinuszos jeleknél ha φ fázis-eltérés van a feszültség és az áram között, akkor a **hatásos** teljesítmény $\mathbf{P} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos\varphi$, és $\varphi = 0$ a DC-vel analóg eset, a $\varphi \neq 0$ pedig azt jelenti, hogy reaktív (kapacitív, induktív) elem is van a fogyasztóban, az ellenálláson kívül.

Speciálisan: $\varphi = \pi/2$, azaz tisztán reaktív fogyasztó: kapacitás esetén $\cos(\pi/2) = 0$, így $\mathbf{P} = 0$. Ez úgy lehetséges, hogy a kapacitás annyi energiát vesz fel egy periódus alatt, mint amennyit lead: az energiát csak időlegesen tárolja, és nem disszipálja! Mivel $\cos(\pi/2 + \varphi) = \sin\varphi$, a reaktív elembe ki-be pumpálódó ún. **meddő** teljesítmény $\mathbf{Q} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \sin\varphi$ (ami persze valóságos kondenzátornál veszteségek forrása lehet).

Ha tehát nem vesszük figyelembe a fázis-viszonyokat, és a külön mért feszültség/áram értékeket szorozzuk, akkor $\mathbf{S} = U_{eff} \cdot I_{eff} = \sqrt{(P^2 + Q^2)}$ csak **látszólagos** teljesítmény.[11]

5. Villamos energia ($\mathbf{E} = P \cdot t$) mérése.

A pillanatnyi teljesítmény összegzése (idő integrálja) adja az elfogyasztott energiát, amit oly módon kaphatunk, hogy a teljesítmény mérőt kiegészítjük összegzővel.

Az 50 Hz-es hálózatban termelt és fogyasztott energiát indukciós fogyasztásmérő (villanyóra) méri, ez olcsó és elegendő (1-2 %-os) pontosságú. Nagyobb pontossági igény esetén alkalmazható elektronikus módszer, vagy – digitalizálást követően – a műveleteket numerikusan végrehajtó eljárás (DSP).

6. Frekvencia (***f***), időtartam (τ, $T = 1/f$) mérése.

A frekvencia adott időintervallumba eső jelváltások száma, így a frekvencia és az idő között szoros kapcsolat van. (Egy frekvencia-etalon időetalonnak is tekinthető, és viszont.) A technika jelenlegi szintjén ezeket a méréseket tudjuk a legpontosabban (10^{-13} körüli relatív bizonytalansággal) elvégezni.

Egyeduralkodónak tekinthetők a digitális módszerek,[12] amelyek alapelve: kapuzott (impulzus-) számlálással megvalósított mérőszám-előállítás (electronic counter/timer).

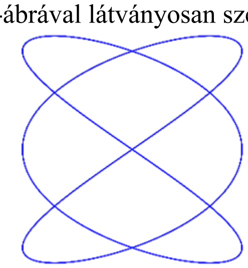
Összetett jeleknél a spektrális komponensek frekvenciáját spektrum analizátorral mérjük.

---

[10] Wattmérőnél nem kell rekonstruálni a hullámformát, csak egy paraméter (egy szorzat) megadása a cél, ezért enyhébb mintavételi kötés is adható.

[11] A teljesítmény egysége *watt* [W] =V·A. Azért hogy a hatásos ("wattos") teljesítménytől megkülönböztessék, szokásos a meddő ("Reaktív") teljesítménynél a "VAR", ill. a látszólagos teljesítménynél a "VA" egység-jelölés. A "cosφ" megnevezése: teljesítmény-tényező ($\cos\varphi = \mathbf{P}/\mathbf{S}$).

[12] Pl. frekvencia mérésnél (1) felhasználható frekvencia-függő elem is (ún. rezonancia módszer): „ráhangolunk" a mérendő frekvenciára, vagy (2) szinkronizált szinuszos forrásoknál a kis értékű és racionális frekvencia-arány ún. Lissajous-ábrával látványosan szemléltethető (oszcilloszkópon):



(Az X:Y frekvencia-arány 3:1, és a két szinuszos jel fázis eltérése 30^0.)

10. A (villamos)mérnök szeme

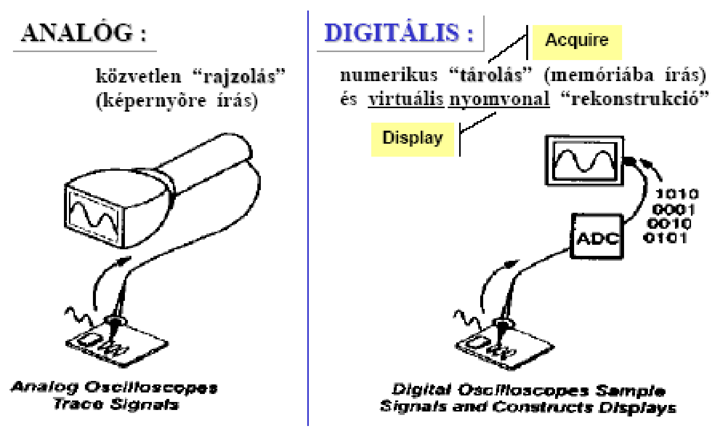
Hullámforma megjelenítés, jel analizátor

Egy kép többet ér ezer szónál.

1. Az oszcilloszkóp („rezgés-megjelenítő”) teszi megfigyelhetővé az elektronok „láthatatlan világát”: az időben változó feszültség jelalak (hullámforma) egy részletét grafikus ábraként szemlélteti. Az időablak skálája igen széles: **Y** /VERTikális/ [V] – 4-5 nagyságrend, **X** /HORizontális/ [s] – 8-9 nagyságrend. Az ablak helye (a jelrészlet pozíciója)[1] az időtengelyen többféle feltétel szerint, akár a mérendő jel kitüntetett pontjához igazodva is beállítható. A jelparaméterek mérésével egyenrangú, hogy az eszköz „működni engedi” a megfigyelő ember semmihez sem hasonlítható összefüggéskereső, alakfelismerő és lényegkiemelő képességét. Az oszcilloszkóp a jel analízis kitüntetett eszköze.

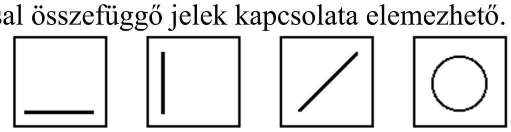
2. A több mint száz éves történet[2] az analóg korszakkal kezdődött, és az 1970-es években indult el – megtartva a hagyományos kezelési stílust – a digitális váltás, s ma már ez a technika dominál. Mondhatni: „ég és föld a különbség” a felépítésben, de az információs interfész lényege: a *grafikus* megjelenítés, a *közvetlen* kezelő szervek szerepe változatlan.

(a) Az **analóg oszcilloszkóp** (ART[3]) meghatározó eleme a katódsugárcső: a képernyőfelület foszfor anyagába „írja” az eltérített elektronsugár a jelrészletet reprezentáló fényvonalat (nyomvonal, trace). A véges utánvilágítás miatt ez csak akkor figyelhető meg, ha ismételten újrarajzoljuk a képet, ha az ismétlődő jel azonos pontján indítjuk a (sugár)eltérítést (= jellel szinkron trigger). A jelváltozás azonnal (valós időben, real-time) szemlélhető. A mérést a képernyőn lévő, négyzetrácsot adó osztásvonalak (division, VERT: 8, HOR: 10) teszik lehetővé: „leolvasás”, és a skála 1-2-5 szekvencia[4] szerint állítható (**Y**: „Volt/Div”, **X**: „sec/Div”).



Átlagos megfigyelőt és nyomvonal-szélességet tekintve, egy nagy osztás-távolság mintegy 1/30-ad része oldható fel, ami kb. VERT: 8 bit, HOR: 9(10) bit felbontás.

Speciálisan, a HORizontális eltérítés külső jelforrás is lehet (a belső időalap helyett, ún. XY üzemód), ekkor egymással összefüggő jelek kapcsolata elemezhető. Pl. Lissajous-görbék:



Y =	**0**	$U \cdot \sin(\omega t)$	$U \cdot \sin(\omega t)$	$U \cdot \sin(\omega t)$
X =	$U \cdot \sin(\omega t)$	**0**	$U \cdot \sin(\omega t)$	$U \cdot \sin(\omega t + \varphi)$, $\varphi = 90^0$ ($\rightarrow U \cdot \cos(\omega t)$)

(b) A **digitális oszcilloszkóp** (DSO[5]) első lépése a kiválasztott jelrészlet digitalizálása,

[1] Szokásos megnevezés szerint: **trigger** pont. (Eredete: analóg eszköznél ez indítja a sugáreltérítést, tehát mindig a jelrészlet elején van! Digitális eszköznél csak referencia-pont, bárhol lehet a jelrészleten belül.)

[2] K. F. Braun (1897) a modern oszcilloszkóp előfutára, a Crookes-cső (1879) alapján.

[3] ART: analog real-time (oscilloscope) – ami arra is utal, hogy ez “művészet” is.

[4] Logaritmikus (állandó arányú, „oktáv”) lépések: $2/1 = 2$, $5/2 \approx 2$, $10/5 = 2$.

[5] DSO: digital sampling (storage) oscilloscope.

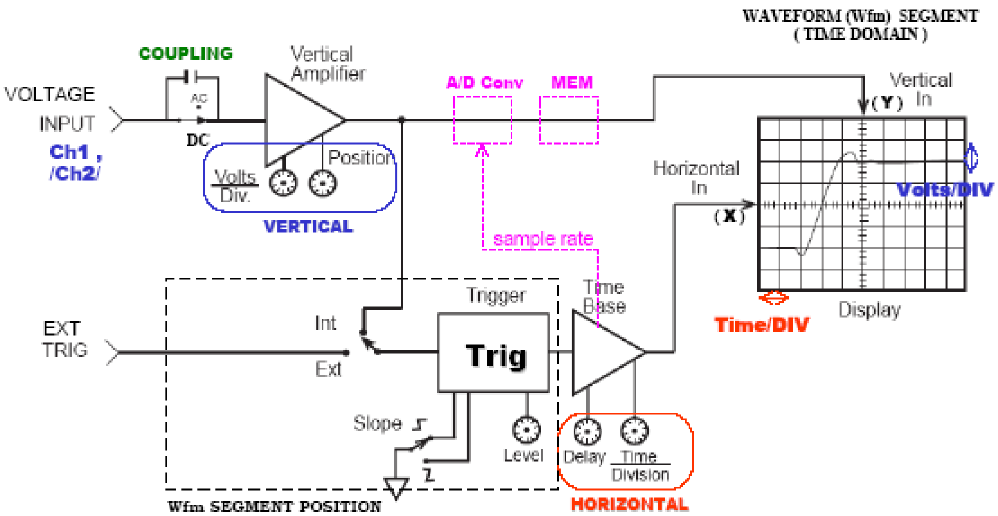
ezt követően ebből a <u>tárolt</u> <u>időrekord</u>ból[6] készül a grafikus megjelenítés. És ugyanez az adatforrása a DSP-nek, ami „mindenre képes”: az automatikus mérések[7] egész sorával lepi meg a felhasználót.

A mérés tehát „emberfüggetlen” (objektív) és különválik (!) a grafikus megjelenítéstől (ami a szubjektív megítélés terepe). Kritikus lépés az adatgyűjtés (acquisition).

A rekord felvétel lehetővé teszi egyszeri lefutású (tranziens) jelek vizsgálatát is.

<u>Megjegyzés</u>: a megjelenítésnél egyszerű lineáris interpoláció (pont-összekötés) ad „folytonos, virtuális” nyomvonalat az eredeti (vagy kevés mintánál az interpolált) mintapontokból, ez igen hatékony módszer az optikai illúzió elkerüléséhez. [Az interpolált minták csak azt mutatják meg, hogy „minek kellett megtörténnie”, és nem azt, hogy „valójában mi történt”!]

3. A felhasználáshoz elegendő az információs interfészt kiemelő **mentális modell** (hogy a képalkotási és a beavatkozási/mérési lehetőségeket mérlegeljük), ez lefedi az <u>analóg</u> módszert, és csak jelzi, hogyan lép be a struktúrába a <u>digitális</u> technológia (a jeldigitalizálással, mert DSO-nál a display már számítógépes technológia).



4. Valósághű megjelenítéshez zavarmentes jelcsatlakozás (kicsit terhelő, árnyékolt speciális mérőkábel) és igen széles sávú jelátvitel szükséges (ART esetén a képcsövet is beleértve, DSO esetén csak az időrekord felvételénél). A készülék kategóriák a *sávszélesség* – mint elsődleges minősítő specifikációs adat – tekintetében különülnek el, ez az árban is tükröződik. A nagy választék indokolt: nincs egyetlen oszcilloszkóp-„aszpirin” mindenféle mérési „fejfájásra”.

---

[6] A rekordhossz: *N*, a mintagyakoriság: f_s (=1/Δt).
Az időablak szélessége: T = 10•„sec/Div”, az időrekord: T = N·Δt, így az aktuális mintagyakoriság:

$$f_s = (N/10)/\text{"sec/Div"}$$

tehát csökken növekvő időalap-beállításnál! <u>Ezért</u> igény a nagy **adatgyűjtő memória** kapacitás (N), hogy kihasználható legyen a fizikailag lehetséges f_{smax}.
Ellentmondás: a **display memória** (a kijelzés HORizontális pixel-száma) viszont korlátozott (pl. 1K).
Megoldás: adat-kompresszió a megjelenítéshez, sok minta esetén. Ha viszont kevés a minta (f_{smax} korlát miatt, igen kicsi „sec/Div” beállításnál), akkor mintasűrítés (interpoláció) kell a pixel-szám kitöltéséhez. Ezek a műveletek automatikusak (a felhasználó elől „elrejtve” működnek), és a számítógépes display technológia egyre bővülő és színesedő vívmányait hasznosítják.

[7] A hagyományos jelparaméter-méréseken túl, pl. min/max detektálás, zajszűrés (ami „bitszám = ampl. felbontás” javulást is eredményez), spektrum analízis (FFT), statisztikai adatok...

11. Mint reflexvizsgálatnál a térdkalapács

Vizsgálójel forrás, hullámforma szintézis

A jelforrások új hulláma: DDS.[1]

1. A közvetlen numerikus[2] szintézisre épülő jelgenerátor diszkrét adatokból: <u>időrekord</u>-ból állítja elő (**rekonstruálja**!) az analóg jelet. A numerikus minták az amplitúdó értékeket rögzítik, a minták kiolvasásának módja (az időzítés) határozza meg a jelforma-szegmens ismétlődési gyakoriságát.
Numerikus formában a jel könnyen szerkeszthető/módosítható, és szabályozható módon szimulálhatók még a „szabálytalanságok” is, mint tranziens, tüske (glitch), zaj... A jel-alak „könyvtár” pedig igen megkönnyíti a felhasználó dolgát.
Ez a technika azonban csak korlátozott dinamikájú és spektrumú jeleket[3] generálhat: a mintavétel, kvantálás és rekonstrukció szab határokat!

2. Generátornál alapkövetelmény a **frekvencia** paraméter széles tartományban történő, jó felbontású és dinamikus változtatása. Rögzített mintaszámnál a memória-címzés manipulálásával módosítható egyszerűen a frekvencia:

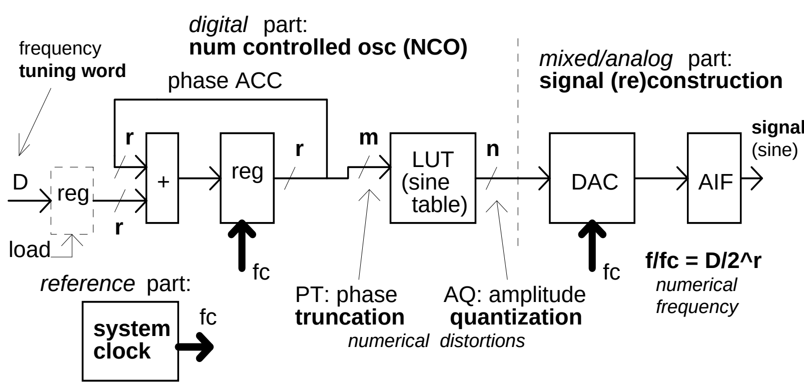
(a) <u>minden</u> <u>minta</u> <u>felhasználásá</u>val változtatható frekvenciájú kiolvasás (true_arb)

A memória cím-pointer egy számláló,[4] amelynek órajel-ütemét egy változtatható frekvenciájú generátor szolgáltatja.

Probléma: kell egy változtatható frekvenciájú generátor. („Róka fogta csuka”: olyan valami kell a működtetéshez, mint ami éppen a cél.)[5]
Megoldás: pl. a másik (DDS) módszerrel realizált órajel-generátort használunk.

(b) konstans frekvenciájú kiolvasás <u>mintapontok</u> <u>kihagyásá</u>val (DDS_arb)

A memória (LUT: look up table) cím-pointere akkumulátor (ACC): az állapotváltás konstans ütemű, de a lépésköz nem 1, mint a számlálónál, hanem változtatható ($D \geq 1$ egész értékű; ha $D = 1$, akkor számláló).



Első hallásra elképesztő, de működik! A minta-kihagyás felgyorsítja a „körbefordulást” (rövidíti a peródusidőt), és ezt addig tehetjük a mintavételi törvény alapján, amíg a jel

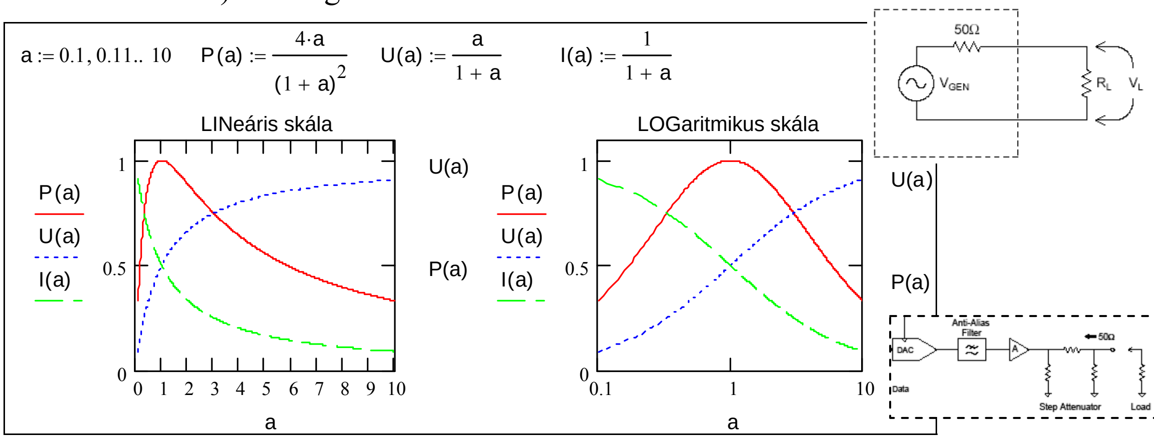
---

[1] DDS: direct digital synthesis.
[2] Lélektani (és így piaci) ok indokolja a „digitális” helyett a numerikus jelző használatát, mert ehhez nem rögzült az analóg technikát művelők körében a „zajos” minősítés.
[3] A jel nem lehet teljesen tetszőleges (<u>arb</u>itrary), bár a megnevezés: AWG (<u>arb</u>itrary waveform generator).
[4] Ahogyan pl. a CD-lejátszó esetén is (de ott konstans ütemű a kiolvasás!).
[5] Ilyen (“lehetetlen megoldani”) esetben kiáltunk mérnökért.

max. frekvencia komponensének periódusában legalább két minta[6] marad.

A ”hangolás” (ami lehet moduláció is) numerikus: a lépésköz (D, tuning word) módosítása után a frekvenciaváltás egy órajel-ütem alatt létrejön, tehát igen gyors. Ráadásul igen finom frekvenciaérték-beállítás[7] lehetséges, nagy frekvencia átfogás mellett.

3. Nagyfrekvenciás generátornál a forrásellenállás fix értékű ($R_s = 50\ \Omega$). Maximális teljesítmény leadás és reflexió(zavar)-mentes kimenet eléréséhez ugyanilyen R_L terhelés (jeltovábbító kábel) szükséges.



Max. értékre normált kimenő teljesítmény: **P** (ill. feszültség: **U** és áram: **I**) terhelés függése
R_L a terhelő ellenállás, R_s a generátor forrásellenállása és **a** = R_L/R_s

4. A készülék képességei igazán hatékonyan számítógéphez csatolva és hullámforma-szerkesztő szoftvert alkalmazva használhatók ki („letöltés” a készülék memóriába /LUT/, bár igen sok jelforma eleve beépített). A jel szerkesztése, dokumentálása összetett feladat, pontos és kényelmes megoldáshoz grafikus felhasználói környezet (GUI: graphical user interface) nyújt igen változatos eszközöket, mint pl. matematikai egyenletből vagy inverz FFT segítségével spektrális komponensekből villamos jel előállítása, DSO-val felvett jel módosítása és visszajátszása...

---

[6] A simító szűrő (AIF) realizálása miatt a gyakorlatban $f_c/2$-nél kisebb lehet a max. frekvencia komponens, ezt az eszköz specifikációs adatlapja rögzíti.
Jelalak-függő a frekvencia tartomány. Pl. standard formáknál: szinusz [és négyszög!] közel $f_c/2$ értékig, míg háromszög és fűrész hullámforma ennél jóval kisebb frekvenciáig. [A négyszög jel trükkje: analóg komparátorral „négyszögesítjük” szinusz formából.]

[7] A frekvencia hangolási egyenlet könnyen megadható. Az akkumulátor (ACC) állapot száma 2^r, ehhez egy *teljes* körbefordulás tartozik, ami megfelel egy szinuszos jel 2π fázis-változásának. Egy lépés [Δt (= $1/f_c$) idő] alatt D értékkel növekszik az ACC tartalma, miközben a jel fázis-változása $\Delta\varphi$. Ebből

$$\frac{D}{2^r} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \quad \longrightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \left(\frac{f_c}{2^r}\right)\cdot D$$

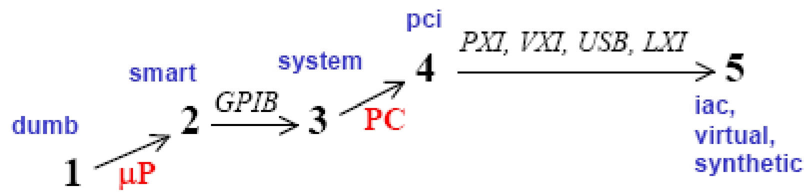
tehát az f frekvencia felbontása (= $f_c/2^r$) a regiszter r bitszámától függ, ezért r igen nagy (pl. r = 48 bit!).
Probléma: így igen nagy a memória mérete.
Megoldás (avagy a mérnöki trükk): csak a regiszter legmagasabb helyértékű bitjeivel címezzük a memóriát, vagyis m << r ! Ez a fázis-csonkítás (phase truncation) elviselhető, mert a generált jel mindenképpen zajjal terhelt az n bites amplitúdó kvantálás (amplitude quantization) miatt, és ezt a zajt csak kevéssé növeli az igen nagy mértékű fázis-csonkítás, ha $m \geq n+2$ a választás.
Megjegyzés: n értékét alapvetően a rekonstruáló D/A konverter korlátozza, különösen nagy f_c adatfrissítési gyakoriság esetén (n = 8 ... 14).

12. Virtuális műszer[1]

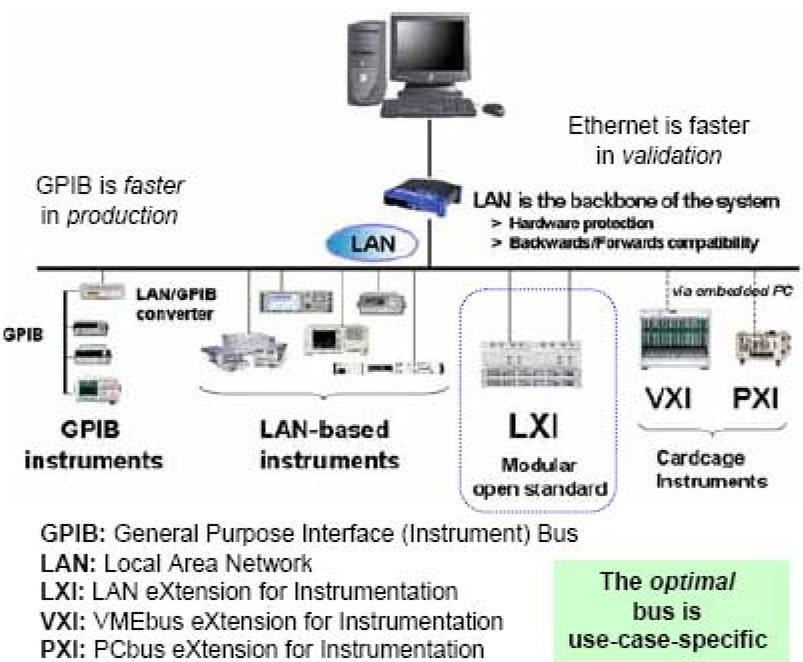
A számítógépes kapcsolat

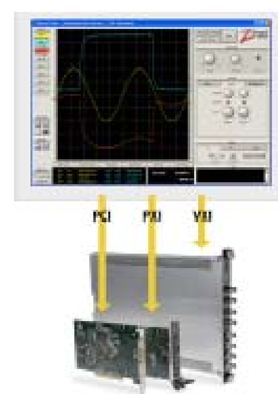
Szoftver teszi a műszert.

1. Elegendő „lecsupaszított” hardver a méréshez, a hagyományos gép-ember kapcsolat (beavatkozás, érték-megjelenítés) helyét számítógépes technika (GUI: graphical user interface) veszi át. De amíg idáig eljutottunk, több mérőeszköz-generáció nőtt fel, s mivel az alkalmazások igényei/feltételei változatosak, ezek mindegyike ma is piacképes.



A „nagy ugrást” a mikroprocesszor („buta”→„okos”), majd pedig a személyi számítógép („GPIB rendszer”→„pci: PC instrument”) elterjedése hozta, és a különféle interfészek a *moduláris* eszközök eltérő fizikai formáit is megteremtették („iac: instrument on a card”). Mai trend: „LAN eltolódás” (és „SI:[2] synthetic instrument”, amelynél újrahasznosítható hardver-mag [jelkondícionáló, frekvencia-tartomány váltó, A/D ill. D/A konverter] és DSP szoftver *emulálja* a klasszikus vagy éppen virtuális mérőeszköz-funkciót).



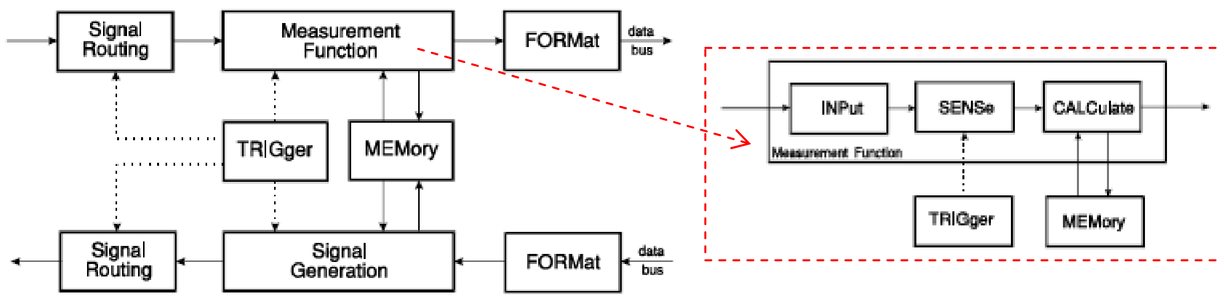


---

[1] VI: virtual instrument
Nem “ködben eltűnő valami”, hanem nagyon is valóságos, számítógéphez illesztett, **minimális** mérő **hardver** (ami kell a mérőszám generálásához: „mérő kártya”, vagy pl. pendrive-ba rejtett digitalizáló), amelynél nincs információs interfész (külön kezelőszerv és megjelenítés, ami az önálló, kompakt műsze-reknél alapfeltétel), hanem azt maga a számítógép kínálja fel (soft-panel, „műszer előlap” a képernyőn), vagyis a kezelő **szoftver** dominál, ez a **maximális**. (És persze gyakran emlegetjük az azonnali, közvetlen beavatkozás hiányát.)

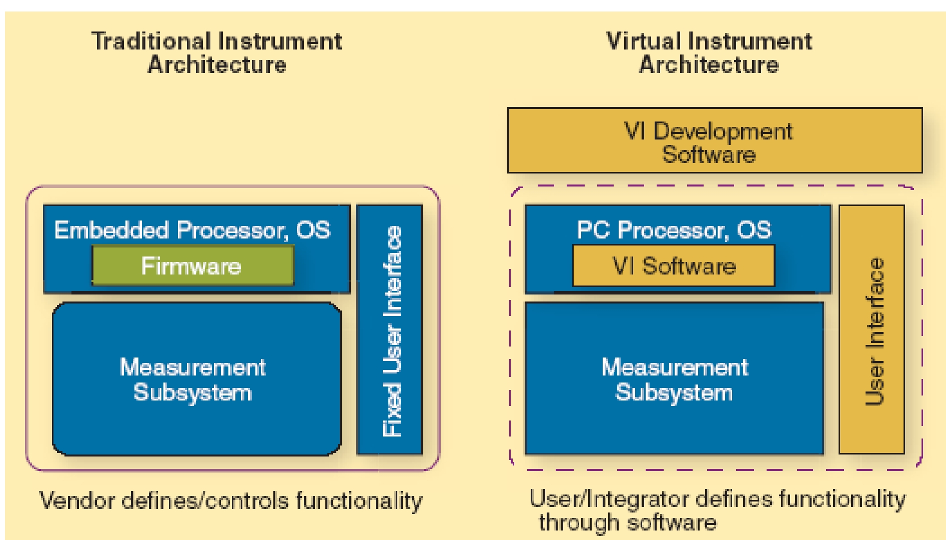
[2] Ez az SI nem az az SI!

2. És aztán a „gép elemberiesedik”: megszületik és egységesedik a műszer programozási nyelv (SCPI[3]), ez a szabványosítás teszi hatékonnyá a mérő- és teszt-programok generálását (más gyártótól származó vagy új eszköz beiktatásánál nem kell „eldobni” a működtető szoftvert). A mérés művelet-láncának funkcionális feladataival kompatibilis az SCPI készülék modell, s erre építve definiálja a parancs szavakat.



Az egyes műszerek önálló kezelését vagy azok kényelmes rendszerbe integrálását (pl. grafikus programozási eszközökkel) speciális méréstechnikai szoftverek teszik lehetővé, ezek a „feladatleírás → értelmezés → készülékvezérlés” ill. az „adatgyűjtés → feldolgozás → megjelenítés” feladatsorok részeit vagy egészét fedik le. A szükséges szoftver-kompatibilitást további megállapodások (szabványok) biztosítják.

3. Hagyományos mérőkészüléknél a gyártó határozza meg a funkciókat és a kezeléshez szükséges információs interfészt, virtuális eszköznél a kezelő (vagy rendszer-integráló) szoftverrel konfigurálja a műveleteket.



Mindez persze már jóval túlmutat témakörünkön (a méréstechnika alapjain), de ez a vázlatos áttekintés is jól illusztrálja, hogy a méréstechnika – az információs technológiai eszközök révén – „mindenütt jelen van”.

[3] SCPI: Standard Commands for Programmable Instruments.

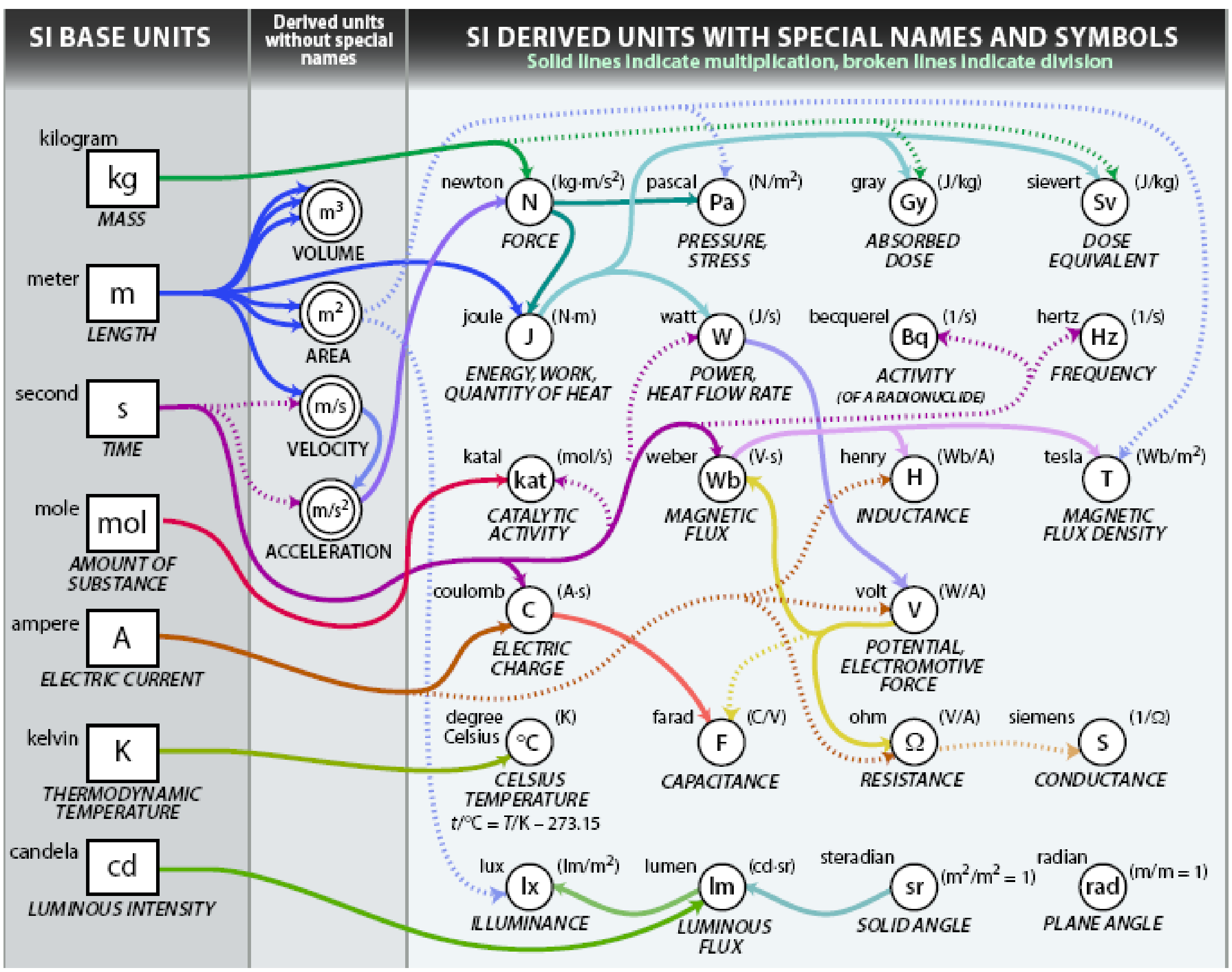
Nemzetközi mértékegység-rendszer

(SI: Système International d`unitès**)**

„A bűvös hetes” (alapegységek):

[**m**] „Minden dolognak mértéke az ember” (Prótagorasz)
[**s**] kronométer *kontra* GPS (Global Positioning System)
[**kg**] tömeg *kontra* súly [N = kg· m/s^2]
[**A**] forgó-morgó: háztartási (forgótárcsás) „áram”-mérő
(egyfázisú, indukciós fogyasztásmérő [kWh])
[**K** = ˚C + 273.16] hőmérséklet
~~[mol]~~ anyagmennyiség (az anyagban lévő részecskék számát jelzi, az elemi egység fajtáját meg kell adni: atom, molekula...) – különbözik a tömegtől!
~~[cd]~~ fényerősség (kis térszögben kibocsátott fényáram és a térszög hányadosa)

[1 rad = 360˚/2π ≈ 57.3˚] „a Föld kerületének mérése” (Eratoszthenész)



http://physics.nist.gov/cuu/Units/

Magyarországon 1980 óta kötelező az SI mértékrendszer használata.
Hét SI **alap**-mennyiség és **-egység** van (hosszúság: **m**, idő: **s**, tömeg: **kg**, elektromos áramerősség: **A**, abszolút hőmérséklet: **K**, anyagmennyiség: **mol**, fényerősség: **cd**).
Ezekből lehet a többi, származtatott egységet létrehozni (a köztük megfigyelt és egyenletben rögzített kapcsolat alapján), néhány külön nevet is kapott (mint frekvencia: *hertz* [Hz] = 1/s, vagy munka: *joule* [J] = N·m, ahol az erő egysége: *newton* [N] = kg·m/s^2).

Az egység többszörösét / törtrészét ún. **előtag** (prefixum) jelöli, ami a szorzószám (faktor) hatvány-kitevőjének rövidítése. Az egység neve előtt a prefixum (kötőjel nélkül, egybeírva: *mega*watt), a jele előtt pedig a szimbólum (*M*W).
„Ezresével lépegetnek”: a velük jelölt hatvány-kitevő mindig hárommal osztható (kivéve a legkorábbi, speciálisan használt előtagokat, mint *deka, centi*).

Faktor: 10^n, n =	prefixum	szim-bólum	Faktor: 10^n, n =	prefixum	szim-bólum
18	exa	E	-1	deci	d
15	peta	P	-2	centi	c
12	tera	T	-3	milli	m
9	giga	G	-6	mikro	μ
6	mega	M	-9	nano	n
3	kilo	k	-12	piko	p
2	hekto	h	-15	femto	f
1	deka	da (dk)	-18	atto	a

Az előtag névképzés folytatódik (n=21: zetta [Z], n=24: yotta [Y], ill. n=-21: zepto [z], n=-24: jocto [y]).
Megjegyzés (*vigyázat*, utánozzák!): az informatikusok is átvették a megnevezéseket *kettő* hatványainak jelölésére (holott SI-ben ezek *tíz* hatványkitevői). Tehát 1 kByte ≠ 10^3 Byte (hanem 1024, az eltérés 2,4%), hasonló a helyzet a mega, giga, tera előtagoknál is (növekvő eltéréssel).

Engedélyezett néhány „törvényen kívüli”, már megszokott és bevált egység használata is, mint *perc/óra/nap*, *liter* (= 1 dm^3), *tonna* (= 10^3 kg), *parszek* (1 *pc* ≈3 Pm, csillagászat), *kalória* (1 *cal* ≈ 4 J, hőtan).

A viszonyszámok (arányok) kifejezése, és nem egysége, szokásosan % = 0.01 = 10^{-2}, vagy *ppm* (parts per million, milliomod rész, 1 ppm = 10^{-6}) értékben történik. Igen nagy átfogáshoz az arány logaritmusa[1] célszerű (külön név a *decibel* [dB] = 20·log(arány)).

A **dimenzió** azt adja meg, hogy milyen kapcsolat – milyen formai összefüggés – van az adott (származtatott) mennyiség és az alapmennyiségek között: a dimenzió „szavakban elmondott képlet”. Mértékegység úgy lesz a dimenzióból, hogy a (szavakban elmondott) képletbe a tényezők (a definiáló mennyiségek) egységét tesszük; az SI rendszer alapja ez a „mennyiségi kalkulus”. Természetesen a hét alapmennyiség mindegyike dimenziófüggetlen a többitől.
Egy mennyiségnek csak egyféle dimenziója van, míg mértékegysége többféle is lehet. Például a „sebesség” dimenziója „hosszúság/idő”,[2] mértékegysége lehet m/s, km/h...

Egy mennyiségi egyenlet mindkét oldalán *azonos* dimenzióknak kell állniuk, így a dimenzió-analízis ellenőrzésre vagy ismeretlen összefüggések felismerésére szolgálhat.

Koherens a mértékrendszer (és az SI ilyen), ha a mennyiség egységét úgy képzi az alapegységekből, ahogyan dimenziója képződik az alapmennyiségekből.

Vannak dimenzió nélküli mennyiségek (ezek dimenziója 1); két, azonos dimenziójú mennyiség hányadosaként állnak elő, ilyen pl. a síkszög (`egy`ségének külön neve: *rad*).

---

[1] A **log** művelet hatvány-kitevőt ad: $y = \log(x) \rightarrow x = 10^y$ (pl. log(10^2) = 2, vagy „10^{-3} arány” → -60 dB). Becslésszerű összevetéshez használatos a **nagyságrend**, ami tíz (egész-számú) hatványainak sorozatára utal, pl. „2 nagyságrend eltérés” → „az *arány* százszoros (100 = 10^2)”; durván: a **log** skálán elfoglalt hely.

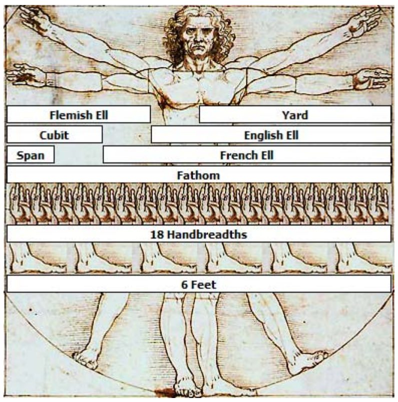
[2] Vagy egyszerűbben, a szavak (elfogadott) rövidítésével: V = L/T (V: velocitas, L: longitudo, T: tempus).

[**m**] „Minden dolognak mértéke az ember”[1] (Prótagorasz)

Ismeret és igény együtt alakít mértéket.

A hosszúság SI egysége a *méter* [m], ez **alap**egység. Ebből származtatható a terület (egysége: m^2) és a térfogat (egysége: m^3, speciálisan 1 dm^3 = 1 liter).

A térmérés kezdetei a régmúltba nyúlnak vissza: a nagyság és állandóság észlelete tette lehetővé és a társadalmi igény (termelés, építészet) hozta létre. A legősibb hossz-mértékek: a testrészek méretei, mint természetes (feltűnő módon adott) etalonok, mindig „kéznél” voltak,[2] csupán egyszerű használati módjukat kellett felfedezni. A legősibb talán a *könyök* (= 2 arasz ≈ 45 cm, de a hely és az idő /főként persze a személy!/ változásával a tényleges érték igen eltérően alakult).



- *tenyér* (handbreadth): hüvelykujj nélkül
- *arasz* (span): kiterjesztett hüvelyk- és kisujj között
- *láb* (foot): lábfej
- *könyök* (cubit): alkar
- *rőf* (ell): kinyújtott kar (flamand és még angol, francia... textilmérték)
- *öl* (fathom): két kiterjesztett kar (= 2 *yard* = 6 láb = 18 tenyér)

Az a célszerű, ha az egységgel a mindennapi élet tapasztalatai egyszerűen kifejezhetők (ezért használtak nagyobb távolság mérésére más mértéket[3]). De még fontosabb, hogy az egység széles körben, általánosan elfogadott és jól reprodukálható legyen. A forradalmi változás a XVIII. sz.-ban kezdődött, nálunk az 1874. évi 18. tc. indította útnak a méter-rendszert. A jelenleg érvényes méter-definíció megalkotásában, amely az állandó fénysebességhez köti és terjedési-idő mérésre[4] alapozza a métert, **Bay Zoltán**[5] szerzett elévülhetetlen érdemeket.

[1] ... a létezőknek, hogy léteznek, a nemlétezőknek, hogy nem léteznek – folytatódik a gondolat (ún. homo-mensura tétel, lat. homo: ember, mensura: mérték). A helyes és helytelen, jó és rossz csak az ember szükségleteihez mérten ítélhető meg, vagyis minden relatív. Ebből a feltevésből kiindulva arra a következtetésre is juthatnánk, hogy az ember maga dönthet arról: melyik dologról állítja, hogy létezik, és melyikről azt, hogy nem. A tétel az érzékelésre vonatkozik, az érzékelést pedig jól el kell különítenünk az igaz ismerettől...

[2] Ma is élő megnevezések: “arasznyi szoknya”, “rőf kolbász” (... nem is beszélve az angolokról).

[3] Pl. “ágyúlövésnyi” (távolságig terjedő sáv volt a “felségvíz”, Mária Terézia idején a tengerjogban).

[4] Az idő már korán „belekeveredett” a méter definiálásába: 1670-ben C. Wren építőmester a másodperc-inga hosszát javasolta erre a célra (de nem egyformán jár az inga a Föld különböző helyein).
Ma, a fénysebesség állandósága révén, a nagy pontosságú idő<u>mérési</u> módszerek a <u>távolság</u>mérésben is felhasználhatók (→ radar, GPS).

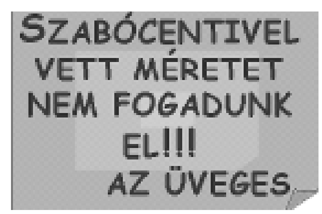
[5] Nevéhez fűződik a híres **Hold-radar kísérlet** (1946) is, ez volt az első alkalom, hogy az ember "elért" egy Földön kívüli objektumot.
A Holdról visszaverődő radarjel intenzitása túl kicsi volt a közvetlen méréshez. A radar fejlesztése mellett olyan **jelfeldolgozási techniká**ra is szüksége volt, amely kiemeli a hasznos (a radarvisszhangból származó) jelet a háttérzajból. Ezt az ismételt kísérletek jeleinek összegzésével érte el. (A feladatot ún. hidrogén-coulombméterrel oldotta meg, ami egy vízbontó készülékhez hasonlít: a mérni kívánt átfolyó töltés-mennyiséggel arányos mennyiségű hidrogént fejleszt). Ezzel a technikával a mérés kb. egyórás időtartama alatt megbízhatóan lehetett a jeleket összegezni és tárolni. (A jel kibocsátása és megérkezése között 2,6 s telik el; 3 s-os ismétlésnél, 10^3 impulzus → 50 perc).
Az összegezés elvét a földi radar gyakorlatában is használják (→ az ernyő utánvilágítása).

Meglepő módon Euklidesz (Elemek c. munkájában) az aritmetikai definíciókban használja a „mérést” (ami sokkal inkább a metrikus tértan, a mértan /geometria ≈ földmérés/ sajátja, ez ui. közvetlenül a mérési tapasztalatok rendszerezéseként született):

„Része valamely szám a másik számnak, a kisebb a nagyobbnak, ha *méri* a nagyobbat” (azaz: ha maradéktalanul megvan benne).

Az ok: a számokat vonalszakaszokkal ábrázolta, és nagy szerepet tulajdonított az arányoknak. (Ami görögül „logosz”, ez értelmet, gondolatot is jelent, latinra a „ratio” szóval fordították. A ma használt „irracionális” szám tehát nem valami „értelemmel felfoghatatlan”, csak arra utal, hogy a kérdéses mennyiség – mint pl. $\sqrt{2}$ – nem fejezhető ki mint két számnak az aránya, „rációja”.)
A vonalszakaszokkal való szám-jelképezés persze azonnal felvet egy problémát: kifejezhető-e egy-egy (egész)számmal bármely két vonalszakasz egyszerre? Másképp fogalmazva: mindig összemérhető-e, van-e *közös* mértéke két hosszúságnak?
Figyelemre méltó volt a felismerés, hogy a négyzet oldala (= 1) és átlója ($=\sqrt{2}$) **össze-mérhetetlen** (inkommenzurábilis) mennyiség.

A gyakorlatban két mennyiség mindig **összemérhető**, mert mindig találunk olyan „legkisebb” mennyiséget, amelyen túl a mérőérzékelő (vagy érzékszervünk) felmondja a szolgálatot: már nem tudjuk megkülönböztetni a „kisebbet” és a „nagyobbat”. És ehhez hozzátehetjük: a méréshatár kiterjesztésének pl. egy makroszkopikus rúdnál csak egy bizonyos pontig van értelme, hiszen már jóval a molekuláris méretek felett értelmetlenné válik az, hogy hol van „a rúd vége”.
Ezért elegendő lenne a gyakorlatban a fizikai mennyiségeknek – az összemérhetőséget maradéktalanul kifejező – *racionális számok*kal való modellezése. (Más szóval a tapasztalás számára a racionalitás feltételezése elegendő finomságú.) Tehát nem az esetleges nagyobb pontosság érdekében használjuk a teljes *valós számkör*t, hanem a matematikai modellek teljessége és így valójában egyszerűsége érdekében.



*****

A <u>nyomdaipar</u> különleges egységet használ a betűméret[6] (hossz) megadására (pl. 1 *cicero* = 12 *pont* ≈ 4,5 mm), és sajátos a papírméret (terület) is (pl. A0 – nyomdászati alapív: $1\ m^2 = 841 \cdot 1189\ mm^2$, ebből felezésekkel a kisebb méretek: <u>A4-es</u> lap: $210 \cdot 297\ mm^2$, A5-ös lap: $148 \cdot 210\ mm^2$).

A papírméret számainak eredete az, hogy „kellemes a szemnek”, ha a két oldal aránya ugyanaz, mint a négyzetnél az oldal/átfogó arány ($1/\sqrt{2}$).

A <u>csillagászat</u>ban használatos a távolság egységeként a *fényév* (az a távolság, amelyet a fény egy év alatt megtesz: $300 \cdot 10^3$ [km/s] • $(365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)$ [s] ≈ $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km = 9,46 Pm).

<u>Kérdés</u>: hány *fénymásodperc* a Föld-Hold távolság?

---

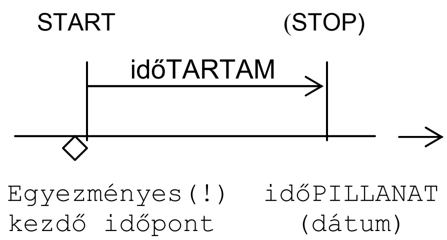
[6] Alapja a tipográfiai *pont*, ami a méter 2660-ad része (1 pont = 0,376 mm), ez a legkisebb betűméret (nyolcad *petit*). A folyamatos szöveg (újság, könyv) általában 9-11 *pont* közötti nagyságú.
A kézirat-terjedelem számításánál az alapegység: 1 n = 1 betűhely. Egy kéziratoldal 2000 n a kiadói gyakorlatban. 1 flekk = 1500 leütés (karakter, szóközökkel) = 1500 n, vagy régebben: 1 flekk = 30 sor, 1 sorban 60 leütés (1 írógépoldal).
Wordben, 12 pontos betűvel teleírt <u>A4-es</u> lap szövege kb. 3 flekk.
Nyomdai ív: 16 nyomtatott oldal, a könyv formátumától függetlenül.

[**s**] kronométer *kontra* GPS (Global Positioning System)

„Az idő a mozgás száma a korábbi és későbbi értelmében”[1] *(Arisztotelész)*

Az idő minden mértékrendszerben **alap**mennyiség, SI egysége a *szekundum* [s].

Az idő a mozgás (változás) egyik tulajdonsága. Periodikus változás (konkrét, szabályosan ismétlődő mozgás) alapján alakítjuk ki az egységet. Az időegység megadása mellett az idő múlását is regisztrálni kell. Ehhez meg kell adni egy kezdő időpontot, ami lehet tetszőleges (START), vagy egyezményesen rögzített (napi időadathoz: `éjfél`, éves adatokhoz: `jan.1`, az évek számlálásához: `az időszámítás kezdete`). Mindkét esetben (idő)tartam mérése vezet a végeredményhez, ami maga az intervallum vagy az időpillanat: a dátum adat. (Ahogyan hosszúság mérésnél: a távolság vagy a hely.)



→ idő-**intervallum** mérés (stopper óra)

→ idő**pont** megadás (óra,**naptár**)
(„időszámítás”)

Az idő mérésére nincs külön érzékszervünk (→ ritmusérzék?, biológiai óra?; néha „repül az idő”, máskor „szinte megáll”), mindenesetre a szívdobbanások üteme az SI egységhez közeli érték.
A régi kultúrnépek csillagászainak alapfeladata volt a <u>naptár</u>készítés (ünnepek), az év hosszának megállapítása. A nehézséget az okozza, hogy a napév (amíg a Föld egyszer körüljárja a Napot) nem egész számú napból áll. (Ma: Gergely-naptár, szökőnapok; de pl. Húsvét a régi holdév szerinti: a tavaszi holdtölte utáni első vasárnap, ezért változik időpontja évről évre.) Napi életünkben az óra igazít el (ami nemcsak időtartam, hanem a mérőeszköz neve is), ez talán a legfontosabb (?) emberi találmány.
A középkorban a tengeri <u>navigáció</u> volt a technikai fejlesztések motorja („navigare necesse est” = hajózni kell).

Az Egyenlítőtől északra és délre elhelyezkedő szélességi fokokat a Nap delelési magasságának (szögének) mérésével elég pontosan meg tudták határozni (→ szextáns). A keleti vagy nyugati hosszúsági fok (a délkör) megadásához viszont egy ismert földrajzi hely (referencia-helyzet, a hosszúság 0 foka) és egy **pontos óra** (hajó-kronométer) kellett: a Nap 1 óra alatt 15 (= 360/24) fokot halad, így idő<u>különbség</u>ből lehet délkör-helyet megadni. A greenwichi délkör lett a referencia, kronométerrel[2] a „helyi délidő” időpontját a „greenwichi idővel” összevetve adódott az aktuális hosszúsági fok.

[1] És hozzáteszi: ehhez kapcsolódóan létezik egy, a tudatban rejlő – a lezajlott folyamatot megőrző és a folytatást váró – „számláló lélek” is. Vagyis az ember az, aki megérti az időt.
Aztán a mechanikus órák a XV. sz.-ban elindítják az idő tervezését az **iskolai órarendek** formájában, ami kiteljesedik a XIX. sz.-ban a vasút, majd a gyáripar megjelenésével. (Ekkor gyakran hasonlítják az államot a pontosan működő óraszerkezethez.) Ma már „az idő pénz”. A mindennap használható idő rendszeresen hallható a rádióban (a „pontos időjelzés” az etalon), a törvényes idő (az időzóna /1 óra = 15° széles zóna/ és a téli-nyári időszámítás miatt) egész számú órával van eltolva az egyes országokban.

[2] Az angol parlament kezdeményezte az órafejlesztést (1736: J. Harrison kronométere kb. 1 percet tévedett 156 nap alatt); talán ez az óra tette Angliát a tengerek urává.

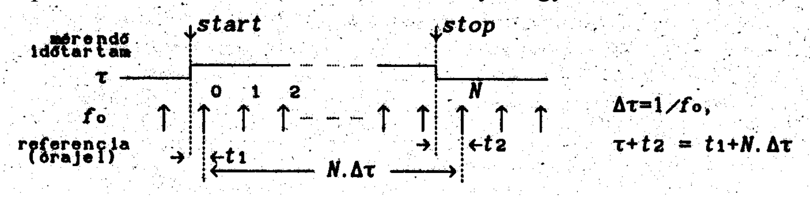
A légi navigáció új megoldásokat igényelt, ilyen volt pl. a rádiós iránymérés, amely már átvezet az űrtechnika termékéhez: a mai korszerű, általánosan használt műholdas GPS (globális helymeghatározó rendszer) technikához.

A GPS csúcstechnológia, de az alapelv egyszerű: időmérésre alapozott távolság-meghatározás (konstans [fénysebességű] a rádiójel terjedése), majd ebből geodéziai módszerekkel (→ három gömb metszése) földfelszíni pozíció-megadás.

Kulcskérdés az óra: az időmérés pontossága (→ atomóra a műholdon). És egy trükk az olcsó vevőkészülék előállításához: ugyan három „pontos” mérés jelöl ki egy pontot a térben, de ezt négy „nem teljesen tökéletes” is megteszi (→ min. négy műholdat kell látnia a GPS vevőnek).

A technikai időmérések többsége tartam (intervallum) meghatározás: egy kezdő (START) eseménytől kezdve egyszerűen megszámláljuk[3] az egyenletes időközönként fellépő, ún. referencia(óra)-jel beütéseket (eseményeket), egészen a lezáró (STOP) eseményig.

Más szóval: az ismeretlen, mérendő τ **idő**tartammal megegyező kapujellel engedélyezzük egy elektronikus számlálónak az – intervallum alatt $\Delta\tau$ egység-időközönként, azaz f_0 (= $1/\Delta\tau$) referencia-gyakorisággal fellépő – órajelek leszámlálását. Az órajel-generátor (oszcillátor) f_0 frekvenciája akkor nagy stabilitású és pontosságú, ha „szabadon fut”, azaz nincs szinkron kapcsolatban az indító (START) eseménnyel, így $0 < t_i < \Delta\tau$ ($i = 1,2$) időhibák lépnek fel:

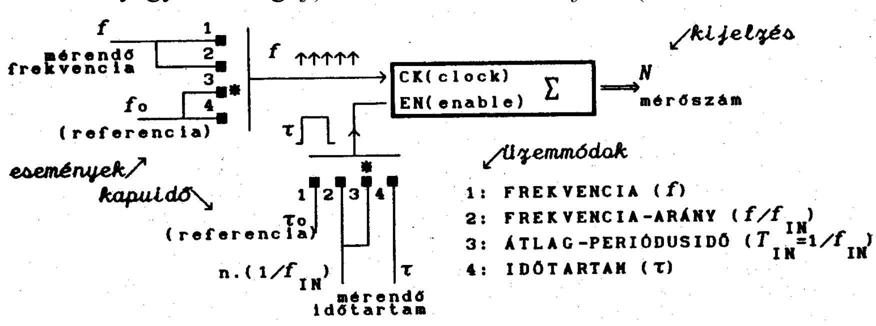


Megjegyzés: τ értékén belül N esemény van (!), de *az ábrán vázolt* számlálási procedúrával t_1 és t_2 akár külön-külön meg is mérhető, és értékükkel korrigálható, pontosítható az eredmény.

A metrikai egyenlet: $\tau + (t_2 - t_1) = N\cdot \Delta\tau$, ahol N a mérőszám, $\Delta\tau$ a mértékegység. A hiba értéke: $(t_2 - t_1)$, nagysága tehát a ± 1 tartományban lehet ($\Delta\tau$ egységben mérve), eloszlása pedig két független, egyenletes eloszlás összege – ami háromszög (Simpson) eloszlás.

Az eljárás közvetlenül alkalmas **periódusidő** ($\tau = T_{IN} = 1/f$) mérésére. És nem nehéz belátni, hogy **frekvencia** (= f értékű esemény-gyakoriság) is mérhető esemény-kapuzással, hiszen – definíció szerint – a frekvencia időegységre eső periódus-szám (azaz ismert, $\tau = \tau_0$ kapuidő alatt fellépő ismeretlen f gyakoriságú eseményeket kell számlálni).

Az **elektronikus számláló (Σ)** a „joker”: üzemmódtól függően választandó a kapuidő (τ) és a számlált esemény-gyakoriság (f). A mérőszám: $N \approx f \cdot \tau$ (eltekintve az időhibáktól).



Megjegyzendő, hogy itt az „egység reciprokával való szorzás” (ÉS-kapcsolat: kapuzás) révén realizálódik a „mérőszám előállításához szükséges osztás” (ARÁNYképzés).

Kérdés: az egyes üzemmódokban mennyi az egység értéke?

Nem meglepő ezek után, hogy igen sok **szenzor** (mérő-átalakító) a mérendővel arányos időtartamot (τ) vagy frekvenciát (f) állít elő!

[3] A gyakorlatilag megvalósított számlálás a legegyszerűbb mérés. (A számlálás a mérés paradigmája.)

[**kg**] tömeg *kontra* súly[1] [N = kg· m/s^2]

Tömeg mindig van, súly néha nincs.

A (nyugalmi) tömeg SI egysége a *kilogramm* [kg], ami **alap**egység.[2] A tömeg (jele: m) a gyorsulás (jele: a, egysége: m/s^2) segítségével határozza meg az erőt (definiáló egyenlet:[3] $F = m \cdot a$, egysége: *newton* [N] = kg·m/s^2).

A súly erő jellegű mennyiséget jelent (a Föld „vonzóereje”, vagy „ami gátolja a szabadesést”, azaz a képletben $a = g \approx 10$ m/s^2, a nehézségi gyorsulás).

Vajon mit határozunk meg, ha egy testet mérlegre teszünk: a tömegét vagy a súlyát? Attól függ!

--. **Mérlegelés kétkarú és rugós mérlegen**

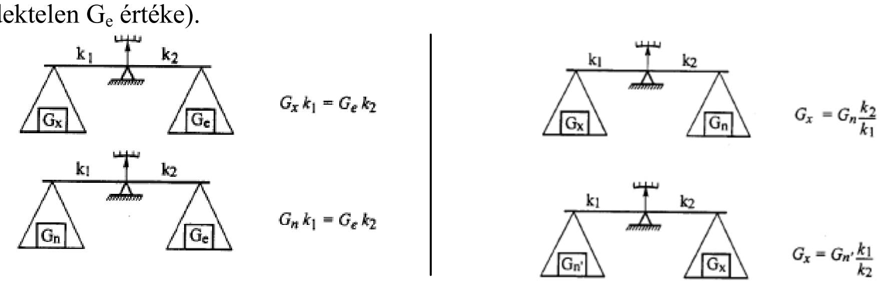
Ha a Föld vonzóereje félakkora volna, a mérleg egyensúlya azért megmaradna. Kétkarú mérleggel *tömeget* mérünk

Ha a Föld vonzóereje félakkora volna, a rugó csak félannyira nyomódna össze. Rugós mérleggel *súlyt* mérünk

Kétkarú mérlegen a tömegét (mert a „súly”-sorozattal vagy etalonnal létrehozott „erő” egyensúly, azaz a kiegyenlített állapot, a tömegek egyenlőségét jelenti). *Rugós* mérlegen a súlyát (a rugó hosszváltozása, és így a skálán mutatott érték, a Föld vonzóerejével arányos, az aktuális g értéktől függ; az összehasonlítás tehát közvetett[4]).

A kétkarú mérleg, azaz a közvetlen összehasonlítás kapcsán néhány mérési trükk is bemutatható (a mérlegkarok bizonytalanságának kiküszöbölésére):

(a) Helyettesítés: először a G_x mérendő kiegyenlítése G_e ellensúllyal, majd a mérendőt kicseréljük G_n etalonra úgy, hogy ismét egyensúlyi állapot legyen. A mérlegkarok arányától függetlenül $G_x = G_n$ (és érdektelen G_e értéke).



(b) Felcserélés (Gauss-módszer): a karokat felcserélve kétszer végzünk etalonnal kiegyenlítést. A két mérés (G_n és $G_{n'}$) alapján a mértani közép a végeredmény.

$$G_x^2 = G_n \frac{k_2}{k_1} \cdot G_n' \frac{k_1}{k_2} \Rightarrow G_x = \sqrt{G_n G_n'}$$

[1] **SI-ben:** aki súlyra gondol, ne használja a tömegegységet (mint a hétköznapi beszédben: „a súlyom 65 kg”), a megszokás persze nagy úr! De egyszerű az „átszámítás”: **1 N az 10 dkg savanyúcukor.** („Fizikus az édességboltban: Kérek 2 *newton* drazsét. Mire az eladó: Csak *magyar* drazsét tartunk.”)

[2] Egyedi különlegesség az alapegységek között, hogy az elnevezés a *kilo* prefixumot is tartalmazza. (Valószínű ok: a gramm kicsi a napi gyakorlatban, másrészt az SI rendszer az ún. MKSA – magyarán szólva: Miksa – rendszerből fejlődött ki. Az ún. CGS rendszerben a *centi*méter volt a „fekete bárány”.)

[3] Fizikai értelemben az „erő” más, mint szubjektív érzete. A köznapi életben a helyzettől függ a jelentése: *erősen* meglökünk egy testet (→ impulzus), *nyugalomban* tartunk egy testet (→ erő), *erőlködve* emelünk egy tárgyat (→ munka), *erős* ember (→ nagy teljesítményre képes). És egészen más pl. a „lelkierő”.

[4] Az etalonsúlyra való visszavezetés a skála elkészítésekor (a kalibrálás során) valósul meg, amikor ismert (etalon) súlyt helyezünk a mérlegre, és így határozzuk meg a mutató állásához rendelendő számértéket.

A *tömeg* és a súly fogalompár jelentkezik a *sűrűség* (= egységnyi térfogatú anyag tömege) és a fajsúly meghatározásánál (amelyeket sokszor, helytelenül, nem különböztetnek meg). Ismerve pl. a sűrűséget, a térfogat mérésével számítható a tömeg.

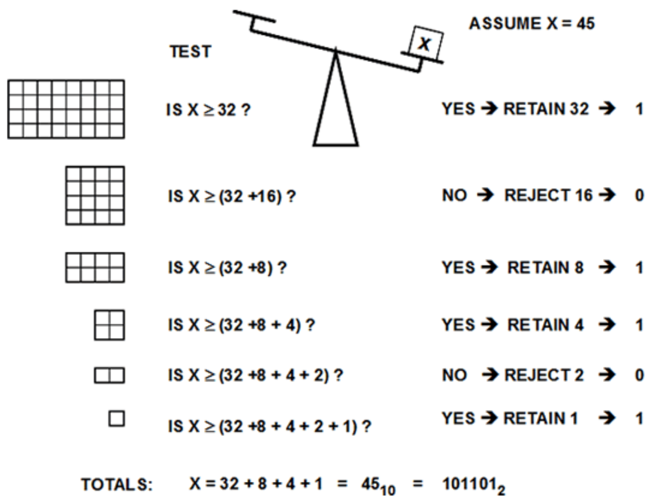
***

Matematikai fejtörőkben gyakori *feladvány* a következő (ún. Bachet probléma):

„Mérleg kiegyenlítés *minimális számú* etalon(`súly`)-készlettel. Az *x* mérendő egész-szám értékű (pl. 1 - 50 közötti), és csak az egyik serpenyőbe tehető kiegyenlítő `súly`”.

Megoldás (N. Tartaglia, 1556): kettő hatványai szerint növekvő (az adott tartományhoz 1, 2, 4, 8, 16, 32 értékű) etalon-sorozat kell, és a *legnagyobb* etalon taggal (32-vel) kezdődő lépésenkénti közelítés (szukcesszív approximáció) algoritmust kell alkalmazni.

Ha a próba (TEST) azt mutatja, hogy kell (YES) az adott etalon-érték (ahhoz, hogy a lépés-sorozat végén létrejöjjön majd a kiegyenlítés), akkor megtartjuk (RETAIN), ha viszont nem (NO), akkor a próba után azt kivesszük (REJECT) a serpenyőből ... és í. t. A döntést a „mérleg nyelve” adja (merre billen).



Az etalon(`súly`)-készlet tehát 2 hatványai szerint halad (ha n tagból áll, akkor 2^n-1 a max. mérhető érték; n = 6 esetén 2^6-1 = 63 > 50), az eredmény pedig közvetlenül **bináris számrendszerben** `kódolva` adja meg *x* értékét. (Egy próba és döntés, egy bit érték.)

Mint tudjuk, a mérőszám előállításához osztási algoritmust kell realizálni. A legegyszerűbb osztás pedig a kétfelé osztás, a **felezés**. Az első lépésben azt találjuk meg, hogy a lehetséges (az etalonokkal kiegyenlíthető) tartomány *melyik felében* van az ismeretlen érték, majd ezt finomítjuk tovább a felezések szisztematikus alkalmazásával. (Összesen n lépésben.)

Azért kell a *legnagyobb* helyértékű (szám)jegy meghatározásával kezdeni, mert az algoritmus „osztás”. (Emlékezzünk a „papíron-ceruzával” végzett osztási műveletre!)

Ezt az elvet használja a mai korszerű **A/D átalakítók** (a mérőszámot automatikusan előállító eszközök) egyik típusa:[5] a közepes sebességű (minta-gyakoriságú) és felbontású (bit-számú) A/D konverterek favoritja ez a módszer. Nyilvánvaló, hogy a mérendő „menet közben” (a konverzió, azaz a mérőszám előállítása alatt) *nem* változhat, ezért változó jelnél „határozottan rögzített” (mintavett) mérendő érték kell (ún. mintavevő /sampling/ ADC).

---

[5] “SAR ADC” a rövid angol megnevezés (SAR: successive approximation register, ADC: analog-to-digital converter); a **bit-keresés** algoritmusát digitális áramkör (→ regiszter /tároló lánc/) ütemezi.

[**A**] forgó-morgó: háztartási (forgótárcsás) „áram”-mérő
(egyfázisú, indukciós fogyasztásmérő [kWh])

„Ampère az elektrodinamika Newtonja” (Maxwell)

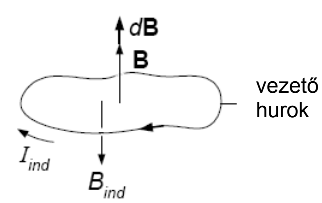
Az elektromos áram SI egysége az *amper* [A], ez **alap**egység, amely a munkából (egysége: *joule* [J]) származtatott teljesítmény (egysége: *watt* [W] = J/s) alapján definiálja az elektromos potenciált (egysége: *volt* [V] = W/A). A gyakorlatban éppen „fordítva” gondolkodunk: a „(villamos) teljesítmény = feszültség • áram” [W] = V•A, a „(villamos) munka = teljesítmény • idő” [J] = W•s és utóbbit, nem pedig a *joule* egységet használja a mérő, pontosabban a kW•h egységet (k $=10^3$, h =3600 s).

Bláthy Ottó találmánya 1889-ből az indukciós (Ferraris[1]-tárcsás) fogyasztásmérő (villanyóra). Az elektromos hálózatból felvett, elfogyasztott villamos energiát méri. Nem a pillanatnyi fogyasztást adja meg, hanem összegzi azt, és a számlálóról havonta (vagy más időközönként) leolvasott érték-változást számlázzák.

Az üvegablakon át látható alumínium (Al) tárcsa áramfogyasztás közben forog, nagyobb fogyasztásnál gyorsabb a forgás. A tárcsa fordulatszáma a villamos teljesítménnyel arányos, a megtett fordulatok számát (ami az elfogyasztott energia) mechanikus számláló összegzi és közvetlenül kWh mértékegységben mutatja. A fogyasztásmérőn feltüntetik: hány tárcsafordulat (revolution) ad 1 kWh fogyasztást (műszerállandó: pl. 375 rev/kWh).

Hogyan működik?

Elsőként a főszereplő jelenség, az ún. örvényáram keletkezési mechanizmusát érdemes felidézni. Az elektromos áram és a mágneses tér között szoros kapcsolat[2] van. A mágneses tér változása ($d\boldsymbol{B}$) a jelen lévő vezető hurokban áramot indukál ($\boldsymbol{I}_{ind}$), ez az áram pedig olyan mágneses erőteret ($\boldsymbol{B}_{ind}$) hoz létre, amely *ellentétes* a $d\boldsymbol{B}$ változással, vagyis csökkenteni igyekszik az őt létrehozó okot. (Lenz törvénye, egyetértésben az energiamegmaradás törvényével: mert ha segítené, csak el kellene indítani a változást, és megállás nélkül menne minden magától → perpetum mobile). Az indukált áram *nincs* vezetékhez kötve, ezzel a törvénnyel magyarázható a változó mágneses erőtérbe helyezett vagy állandó mágnes terében mozgó tömör, vezető (fém)testekben az ún. örvény(lő) áramok[3]



---

[1] A magyarok Ferraris révén ismerkedtek meg a többfázisú rendszerrel (1885). A többfázisú rendszer feltalálói, egymástól függetlenül, Ferraris és Tesla.

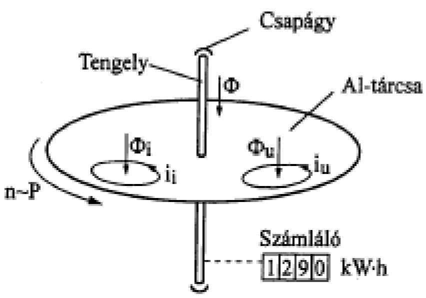
[2] Érdekes megfigyelés: villámcsapás közelében az acéltárgyak (pl. a kések, olyan házban, ahová villám csapott) mágnesessé válnak. Mérési alkalmazás: a fellépő igen nagy (100 kA nagyságrandű) áram értékére éppen ebből lehet következtetni: mennyi a villámhárítóra fűzött, mágneses anyagból készült (mérő)gyűrű felmágneseződése.

[3] Szemléletes kísérlet: (a) nem mágneses ill. (b) mágneses fémhengert ejtünk le rézcsőben és figyeljük az esési időt; (b) esetben látványosan megnő az esési idő (mert a csőben fellépő örvényáramok akadályozzák az őket létrehozó okot, a mágnes mozgását). Kérdés: miért nem áll meg az eső mágnes?

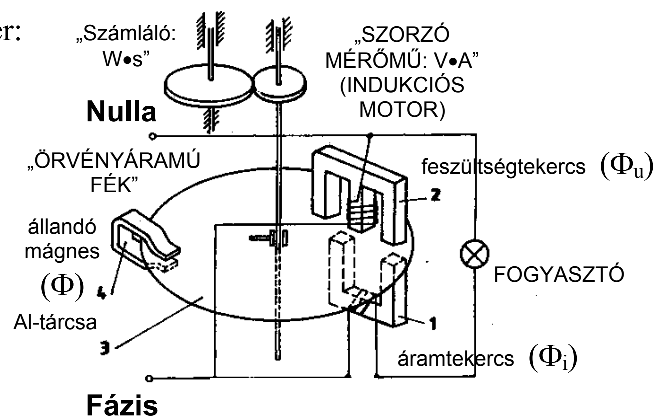
A jelenség lehet hasznos: indukciós fűtés (→ az áram hővé alakul), örvényáramú fék (→ forgó mozgás lefékezése), fogyasztásmérő (→ szabadon elforduló fémtárcsa váltakozó mágneses térrel forgásba hozható), vagy káros: transzformátorok örvényáramú vesztesége (ezt korlátozni kell, mert melegedést okoz).

kialakulása (a jelenséget Foucault[4] fedezte fel).
Az effektív[5] feszültség és áram „szorzata” a teljesítmény; a villanyóra integráló (a pillanatnyi *P* teljesítmények és elemi *dt* időtartamok szorzatát „összegző”) mérőmű.
A szabadon elforduló (fém)tárcsára két *váltó*áramú tekercs és egy *állandó*mágnes mágneses tere (fluxusa) hat. A feszültség- és áram-tekercs mágneses tere (Φ_u és Φ_i fluxusok) és az általuk indukált örvényáramok (i_u és i_i) kölcsönhatásaként[6] a fogyasztó hatásos[7] teljesítményével arányos kitérítő nyomaték: $M_k \approx c_k.P$ jön létre, és a tárcsa forogni kezd. (Ez tehát a „szorzó”: mindkét tekercs fluxusa hat.) Az állandó mágnes (Φ, Lenz törvénye) olyan fékező nyomatékot ad, amely a tárcsa *n* fordulatszámával arányos: $M_f \approx c_f.n$. Egyensúlyi állapotban ($M_k = M_f$) a tárcsa fordulatszáma $n = (c_k/c_f).P = c.P$ értékű, a *teljesítménnyel* arányos.
A villamos *munkát* a *dt* idő alatt megtett fordulatok száma (= fordulatszám • idő = n.*dt* = c.*P*.*dt* = c.*munka*) adja, ezt számlálja és „összegzi” a számláló, és így az elfogyasztott energiát mutatja.

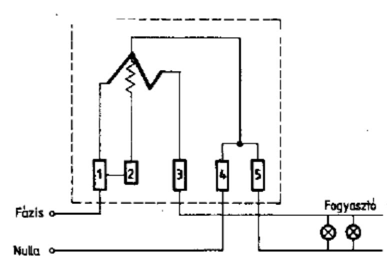
Mérési elv:



Műszer:



Bekötés. A feszültségtekercs 2 pontja össze van kötve az áramtekercs 1 pontjával, másik vége a 4-5 ún. áthidalás. A hálózatot az 1. és 4., míg a fogyasztót a 3. és 5. kivezetésekhez kapcsolják, és az "áramlopást" úgy akadályozzák meg, hogy az áramtekercs (1, 3) sarkaira a fázis (nem-földelt) vezetéket kötik. Ebben az esetben a fogyasztásmérő akkor is működik, ha a fogyasztót (illetéktelenül) a fázis és a anya-föld (pl. vízvezeték) közé kapcsolják.



---

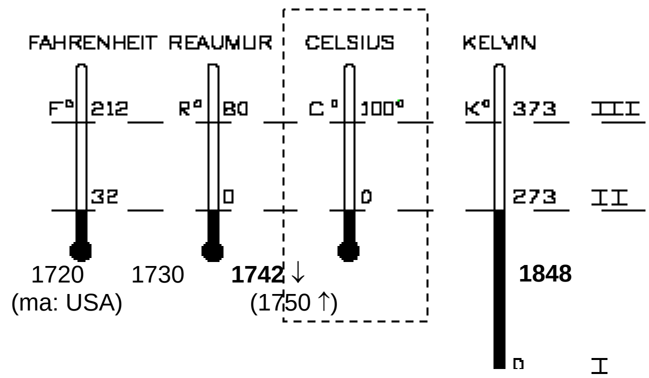
[4]Aki azt is meggyőzően bemutatta, hogy a Föld forog (→ Foucault-inga).
[5] Váltakozó feszültség (vagy áram) effektív értéke azzal az egyenfeszültséggel (vagy árammal) egyenlő, amely azonos ellenálláson ugyanakkora hőenergiát termel. (Ha egy szinuszos jel csúcsértéke X_p, akkor effektív értéke $X_{eff} = X_p/\sqrt{2}$.)
[6] Az áramtekercs kis menetszámú és nagy keresztmetszetű, a fogyasztóval sorba kapcsolódik. A feszültségtekercs a fogyasztóval párhuzamosan kapcsolódik, nagy menetszámú (közel „tiszta” induktivitás, így a feszültségágban folyó áram – a feszültséghez viszonyítva – 90°-kal késik). Az ilymódon kialakuló forgó mágneses tér és az általa indukált örvényáramok kölcsönhatásaként keletkező kitérítő nyomaték a tér irányába igyekszik elmozdítani a forgórészt.
[7] A pillanatnyi teljesítmény átlaga a hatásos teljesítmény.

[**K** = °C + 273.16] hőmérséklet

„A hőmérséklet csak egy érzés, egy érzéki percepció” (Kürti Miklós)

A hőmérséklet SI egysége a *kelvin* [K], ami **alap**egység. Az *abszolút* hőmérsékleti Kelvin[1]-skála és a köznapi Celsius-skála között csak nullpont-eltolás van. (A hőmérséklet különbség vagy intervallum tehát akár K, akár °C egységben kifejezhető.)

A szubjektív hőérzet az ember állandóan működő „műszere”, amellyel a „melegség” – valójában egy differenciálatlan képzet – változatos, becslésszerű[2] „mérését” végzi (fagyos, hideg, hűvös, langyos, meleg, forró, süt); és az élet csak egy szűk hőmérsékleti tartományra[3] korlátozódik.



$(1{,}8 \cdot x+32)\ °F = (0{,}8 \cdot x)\ °R = x\ °C$

A hőmérő (pontosabban szólva a hőmérséklet-mérő, a termométer) nem természeti tárgy, előbb el kell készíteni,[4] csak ezután használható. Elterjedt típus a <u>folyadék</u>(töltésű)-hőmérő, amely a térfogatváltozást hasznosítja.

A skála önkényes. Az alaptávolság a víz fagyási (II) és forrási (III) hőmérsékletét jelenti, ez *relatív* (egy alapponthoz viszonyított) hőmérséklet mérés. Az *abszolút* Kelvin hőfok-skála az ún. hármaspontból indul (itt a jég, a víz és a gőz egyidejűleg fordul elő egyensúlyi állapotban), innen lehűtve egy ideális gázt 273,16 °C -szal, a gáz nyomása nullává válna, ez az abszolút nullapont (I, ami véges lépésben elérhetetlen).

A hőtan akkor kezdett tudománnyá válni, amikor feltalálták a hőmérőt. Hosszú volt az út, amíg a megfigyelésből (fagyott tócsa → 0 °C alatt) és a hőérzetből (meleg ruha → hő*szigetelés*, meleg víz → *hőmérséklet*, kevés meleget ad /kályha/ → *hőmennyiség*, nehezen melegszik → hő*kapacitás*, felmelegszik → hő*átadás*/áramlás/) kialakultak a mai – hőérzettől független – fogalmak, és bizonyossá vált az energiamegmaradás tétele.

A hőmérséklet a testek állapotára jellemző mérték, olyan sajátság, ami meghatározza, hogy a test termikus egyensúlyban van-e más testekkel. Ezen alapszik a hőmérséklet mérés technikai kivitele. Az ún. **kontakt** hőmérők érintkezésbe kerülnek a mérendő testtel; a másik csoport az ún. **érintkezés nélküli** hőmérők (pl. az infrasugaras mérők: hőtérkép, optikai pirométerek). A hőmérséklet mérés feltétele, hogy legyen

- a hőmérséklettel arányos, folytonosan változó mérhető tulajdonság (mint pl. térfogat, nyomás; szín: festék, folyadék-kristály; elektromos tulajdonság: ellenállás, termoelem, stb.)
- a lokális térrészben termikus egyensúly (→ a /kontakt/hőmérő a saját hőmérsékletét méri)
- fix pont (reprodukálható hő-állapot → a hőmérő hitelesítéséhez)

---

[1] (W. Thomson) Találóbb lett volna a „lord Kábel“ név, hiszen a transzatlanti, tengeralatti távírókábel lefektetéséért kapta méltóságát (1892). Kelvin bájos folyócska a glasgow-i egyetem mellett.

[2] A meleg víz után a langyosat is hidegnek érezzük, de átfagyott kézzel a hideg víz is meleg!

[3] Pl. a testhőmérséklet egy-két °C változása már betegséget jelent(het).

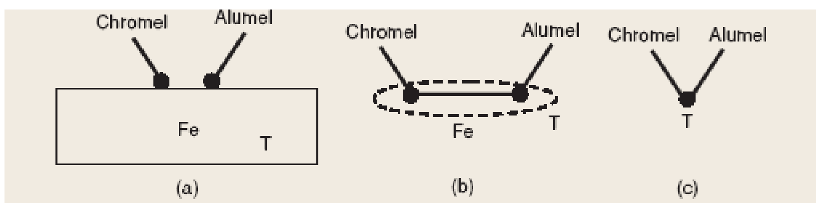
[4] A gondolat: Leonardo da Vinci. Az első: Galilei, 1592. Az első orvosi: Santori, 1612. (A higany mérgező tulajdonsága miatt ma már nem gyártanak higanyos lázmérőt, ami ún. maximum hőmérő.)
Mindig lesznek olyan hőmérsékleti tartományok és körülmények, amelyekre még nem készült hőmérő.

Az első hőmérők a gázok, folyadékok, szilárd anyagok hőtágulásán[5] alapultak. Később – különösen a szélsőséges értékek mérésére – más fizikai törvényeket is alkalmaztak.

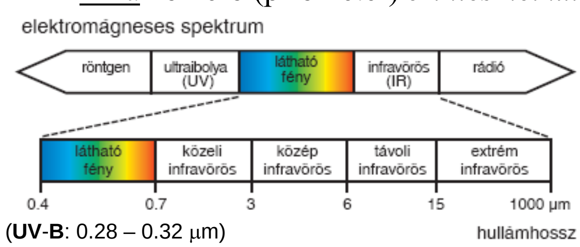
Magas hőmérsékletek mérésére (kb. 1700 °C-ig) a termoelemek a legalkalmasabb mérőeszközök. A termoelem (hőelem-szenzor) két különböző anyagú, egyik végükön összeforrasztott fémhuzalból áll, ez a pont az ún. „érzékelő pont”. (A kereskedelmi termoelemek vékony vezetékeit egymástól elszigetelik, fém /kvarc, kerámia/ tokba zárják, a tokot nem szabad megbontani). Ha a forrasztási hely, valamint a vezetők másik vége *eltérő* hőmérsékleten van (az érzékelő pontot melegítjük), a szabadon maradt két huzalvégen feszültség mérővel a hőmérséklet **különbség**gel arányos termo-feszültséget (kontaktpotenciált)[6] mérhetünk: néhány 10 μV/°C. Ami nem túl nagy érték, erősítés szükséges (viszont a tehetetlenség kicsi: a szenzor gyorsan reagál a változásokra).

TIPUS	TERMOELEM	ALKALMAZÁSI TARTOMÁNY **°C**	TERMOFESZÜLTSÉG **ΔT = 100 °C-ra [mV]**
T	Cu-Ko*	-200...600	**4,25**
J	Fe-Ko*	-200...900	**5,37**
K	NiCr-Ni	-200...1200	**4,04**
S	PtRh-Pt	0...1700	**0,64**

Fémfelület hőmérsékletének mérésére pl. *közvetlenül a felületre*, egymás mellé forraszthatók az érzékelő vezetékek (pl. **K**-típus, Chromel: NiCr – Alumel: Ni /95%/). Ha azonos a két egymás melletti pont T hőmérséklete, akkor (három helyett) egyetlen termoelemre redukálódik a mérő-érzékelő (**K**-típus).



Az infra hőmérő (pirométer) *érintés nélkül,* az anyag elektromágneses (infravörös, az emberi szem által *nem* látható) sugárzását méri optikai módszerrel (infra detektor segítségével). Az eszköz kiválasztásánál a mérendő anyagát, méretét, a hőmérséklet-tartományt (kb. 3000 °C -ig) és a környezeti hatásokat is figyelembe kell venni.



Megjegyzés: a spektrum adatok átszámításához a frekvencia-érték: $f = c/\lambda$, ahol λ a hullámhossz, és $c = 300 \cdot 10^3$ km/s $= 3 \cdot 10^{14}$ μm/s.

---

[5] Ezért tilos a benzines kannát teletölteni!
Csővezetéknél U szakasz, vasúti síneknél hézag, hidaknál az egyik végen görgők, az úttesten pedig dilatációs hézag (egymásba csúszó fésűs szerkezet) „vezeti le” a hőtágulást.
Egy köznapi hasznosítás: bimetall-hőkapcsoló.

[6] Seebeck-effektus: a jelenséget 1821-ben Seebeck fedezte fel.
Termoelemet alkalmaznak pl. a gáztűzhelyek égésbiztosítójaként. (Lángőr: a lángba helyezett termoelem feszültsége egy kis elektromágnest tart behúzva, és ha a láng kialszik, akkor az elektromágnes elenged, egy rúgó pedig elzárja a gázcsapot.) Pl. űrhajó hőpajzsában termoelemek ellenőrzik az aktuális állapotot.
Ko* = Konstantán (60% Cu + 40% Ni), a név: a hőmérséklettől kevéssé függ (konstans) az ellenállása
A jelenség fordítva is működik: ha áramot bocsátunk át ilyen rendszeren, a vezetők két vége között hőmérséklet különbség keletkezik (Peltier-effektus, 1834). Ezt hasznosítják hűtésre az ún. Peltier-elemekkel, amelyeket ma már speciális félvezetőkből készítenek.

[1 rad = $360^\circ/2\pi \approx 57{,}3^\circ$] „a Föld kerületének mérése” (Eratoszthenész)

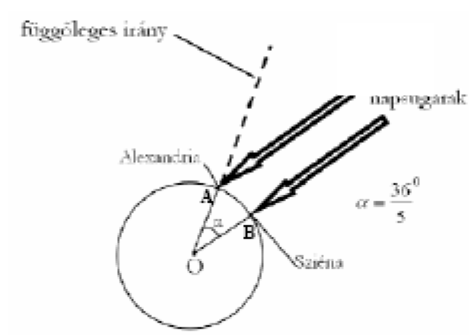
(Fizikusok szerint) ez minden idők hetedik legelegánsabb[1] *kísérlete.*

A <u>sík</u>szög SI \`egy\`ségének külön neve: *radián* [rad], az 1 rad nagyságú szög szárai között az egységsugarú körnek éppen egységnyi íve helyezkedik el (ezért a szög dimenziója: m/m = 1).

A megszokott *fok* is használható, az átszámítás egyszerű: $360^\circ \to 2\pi$ rad (a kör kerülete: $2r\pi$ és r = 1), így $1^\circ = (2\pi/360)$ rad $\approx 0{,}0175$ rad $= 17{,}5 \cdot 10^{-3}$ rad = 17,5 mrad. (Az „igazi szöglet”, a derékszög: $\pi/2$ rad.)

Több mint kétezer éve Eratoszthenész (az alexandriai könyvtár vezetője, Arkhimédész kortársa, az i.e. III. században) lokális szög- és távolság-méréssel meghatározta a Föld kerületét.[2] Megfigyelte, hogy nyári napforduló idején Sziénában (Assuan), délben, a Nap sugarai merőlegesen esnek a Föld felületére (a Nílus vízállását jelző mély kút vizében a napkorong képe teljes egészében tükröződik: „évente egyszer csillan meg a napfény”), és ugyanezen a napon délidőben, Alexandriában a teljes kör *ötvened részének* megfelelő szög alatt[3] érik a Föld felületét a napsugarak.

Mivel a napsugarak párhuzamosak (a Nap nagyon távol van a Földtől), s Alexandria és Sziéna kb. ugyanazon a délkörön fekszik (mindkét helyen azonos időpontban éri el a Nap a delelőpontját), ha a két város távolsága ismert, akkor ezt szorozva *ötven*nel megkapjuk a Föld kerületét (mert egy körív hossza arányos a hozzá tartozó középponti szöggel).[4]



Az AB távolságot becsléssel állapította meg: a naponta 100 *stadion*nyi utat megtevő tevekaraván 50 nap alatt ért Alexandriából Sziénába.
Így Föld kerülete $250 \cdot 10^3$ stadion. (Az átváltását SI-re megnehezíti, hogy eltérő méretűek voltak a stadionok, ezek kerülete [a *stadion*], különböző források szerint, 154 és 215 méter közé esett.)

---

[1] Elegáns a kísérlet, ha zseniális ötlet, egyszerű eszköz, szellemes és látványos megoldás alapvető kérdésre ad választ. A tíz legszebb fizikai kísérlet:
http://www.origo.hu/tudomany/technika/20060124atiz.html
(Galilei két helyet is kapott, a tizedik a Foucault-inga. Sajnos pl. Faraday vagy Röntgen „nem fért be”.)

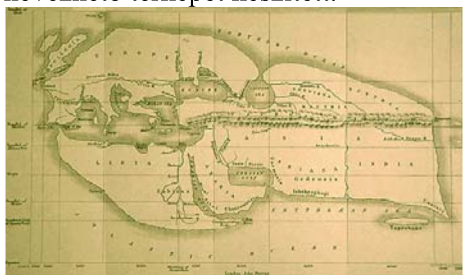
[2] Már mozgalom is szerveződött az „Eratoszthenész-mérés” megismétlésére:
http://wyp.csillagaszat.hu/files/eratosthenes/index.html

[3] Egy oszlop magasságát és az árnyék hosszát kellett megmérni, épp délben (időmérő nélkül: elegendő a napközben változó hosszúságú árnyék minimális hosszát megállapítani). Mivel számításra nincs mód (hiszen a szögfüggvényeket jóval később fogják kitalálni), egyszerűen a kapott szöget többször lemásolva adódik, hogy az a teljes kör 1/50 része. **„Csupán egy árnyék és egy gondolat!”** (Pólya György).
A fokokban való szögmérés előtt körívekkel mérték a szöget (a rad tehát **ív**mérték), erre utal a „peripheria” szó az ilyen összefüggésekben.

[4] Mai jelölésekkel: a délkör kerülete $K = 2\pi R$ (ahol R a Föld sugara) és $AB = \alpha R$, ahol $\alpha = (2\pi/50)$ rad, AB = 5000 stadion ≈ 800 km (**?**, 1 stadion ≈ 160 méter), ebből $K \approx 40 \cdot 10^3$ km (ez a mai adat).

$$\frac{\text{Sziéna és Alexandria távolsága}}{\text{a Föld kerülete}} = \frac{\text{mért szög}}{360^\circ}$$

Eratoszthenészt "Pentatlosz"-nak (öttusázónak) is nevezték sokrétű tudományos tevékenysége miatt. Tőle ered a "geográfia" megnevezés, ezalatt ő elsősorban a térképalkotást értette, és a mai értelemben is világtérképnek nevezhető térképet készített.



Kivonat **Eötvös Loránd**[5] elnöki beszédéből, mellyel a Magyar Tud. Akadémia ünnepi közülését 1901. május 12-én megnyitotta.

„A régiek, a Homeros korabeliek, korongalakúnak képzelték a Földet s ezen a korongon helyezték el gondolatukban Görögország körül mindazokat a középtengerparti vidékeket, melyekig hajósaik eljutottak.

Aristoteles korában azonban már általánosan elfogadott volt az a nézet, hogy a Föld gömbalakú, s e nézettel együtt megszületett a fokmérés feladata. Ha t.i a Földet gömbnek tekintjük, úgy valamely felületén húzott legnagyobb kör meghatározott részének, például $^{1}/_{360}$ részének, azaz egy fokának hossza az egész Földnek kerületét, más szóval a Föld nagyságát állapítja meg.

A történet bizonysága szerint úgy látszik, hogy az alexandriai Eratosthenes volt az első a Kr. születése előtti harmadik században, a ki a feladatot mai értelmében megoldotta. Szerinte a Nap Felső-Egyiptom Syene nevű városában a nyári solstitium idején pontosan a zenitben áll, holott Alexandriában ugyanakkor $7\ ^{1}/_{5}$ fokkal tér el tőle. Ebből helyesen következtette, hogy a vizek szintjei, vagy, a mi egyre megy, a függélyek irányai Syenében és Alexandriában $7\ ^{1}/_{5}$ fokkal, azaz a kör kerületének körülbelül $^{1}/_{50}$ részével hajlanak egymáshoz, s e szerint ama helyek távolsága a Föld kerületének közel $^{1}/_{50}$ részével egyenlő. E mérések alapján az egész földkerület hossza 250000 stadionnal egyenlő.”

[5]A magyar kísérleti fizika csúcsteljesítménye (és az Einstein-féle általános relativitáselmélet kísérleti alapköve) az **Eötvös-kísérlet** (1908): a „gravitációs (súlyos)” és a „tehetetlen” tömeg ekvivalenciájának igazolása. (Fogalmilag különböznek, mindegyiket a maga helyén használjuk.)

Egy test tömege kettős szerepű: (1) ható (vonzó) jellegű: más testre gravitációs (tömeg)vonzást gyakorol (→ **súlyos** tömeg, a gravitációs képességet leíró mennyiség: „gravitációs erőtörvény”), (2) ellenálló jellegű: sebessége változtatásához, a gyorsításhoz szükséges erő a test tömegével arányos (→ **tehetetlen** tömeg: a mozgásállapot-változásnak ellenálló mennyiség: „a dinamika erőtörvénye”).

Ha kézbe veszünk egy golyót, amit az izmainkban érzünk, az a test gravitáló (súlyos) tömegétől függ. Rátéve a golyót egy asztallapra kiküszöböljük a súlyos tömeget, ekkor a vízszintes gyorsító erő a tehetetlen tömeggel kapcsolatos.

A meghökkentő az, hogy a nehezebb test nem esik gyorsabban: minden test, tömegétől függetlenül (!), azonos gyorsulással esik szabadeséssel. Ezt igazolta Galilei klasszikus, a pisai ferde toronyból végzett ejtési kísérlete 1590-ben. (A „legszebb tíz fizikai kísérlet” között a második helyezett.) Ez csak úgy lehetséges, hogy a kétféle – eltérő tulajdonságot jellemző – tömeg azonos (a testek gravitációs kölcsönhatást kifejtő képessége és tehetetlensége arányos egymással). Eötvös az általa szerkesztett torziós ingával ezt az ekvivalenciát igen nagy ($5\cdot10^{-9} = 5\cdot10^{-3}$ ppm) pontossággal kimutatta.

Szemléletesen: egy rugós mérlegre helyezett test esetén ugyanakkora erőt mérünk, mintha a testet súrlódásmentesen **g** gyorsulással gyorsítanánk.

A „gravitációs erőtörvény” állandóját H. Cavendish mérte meg egy torziós ingával (1797; ez a kísérlet a hatodik helyezett a „legszebb tíz fizikai kísérlet” között). A fémszál szögelfordulását a rá erősített tükörrel mérte (nagy érzékenységű fénysugaras leolvasás). Eötvös az eszközt tökéletesítve, az érzékenységet lényegesen megnövelve érte el kimagasló eredményét. A pontosságot annak köszönhette, hogy az ingához szükséges fémszálat évekre berakta ruhásszekrényébe, hogy „kirúgja” magát (azaz belső feszültsége lecsökkenjen).