

Hálózatok számítása egyenáramú és szinuszos gerjesztések esetén

- **Egyenáramú hálózatok vizsgálata**
- **Szinuszos áramú hálózatok vizsgálata**

Egyenáramú hálózatok vizsgálata

- **ellenállások, generátorok, belső ellenállások**
- **ellenálláshálózatok és az ellenállások eredője**
- **ellenállásokat és független generátorokat tartalmazó hálózatok**
- **hálózatok ellenállásokból, valamint független és vezérelt generátorokból**
- **hálózatszámítás Kirchhoff-egyenletekkel, vagy csomóponti potenciálok ill. hurokáramok módszerével (vezérelt generátorok esetén)**
- **hálózatszámítás szuperpozíció és ekvivalens átalakítások alkalmazásával**

Egyenáramú hálózatok vizsgálata / I.

- ellenállások, generátorok, belső ellenállás

- gerjesztő jelek:

- konstans feszültség
- konstans áram

- maradó / eltűnő hálózati elemek:

- ellenállás ($U = RI$, $I = GU$)
- tekercs ($\Rightarrow$ rövidzár)
- kondenzátor ($\Rightarrow$ szakadás)

- generátorok:

- U_g és soros R_b
- I_g és párhuzamos R_b

- vezérelt generátorok:

- $U_{gv} = k_u U_k$ vagy $U_{gv} = r I_k$
- $I_{gv} = k_i I_k$ vagy $I_{gv} = g U_k$
- dimenziók: $r [\Omega]$ ill. $g [S]$

Egyenáramú hálózatok vizsgálata / II.

- ellenálláshálózatok és az ellenállások eredője
 - soros és párhuzamos eredők
 - csillag-delta átalakítások
- ellenállásokat és független generátorokat tartalmazó hálózatok
 - ellenállások összevonása $\Rightarrow$ feszültségosztó, áramosztó
 - több generátor: Thévenin $\Leftrightarrow$ Norton
- hálózatok ellenállásokból, valamint független és vezérelt generátorokból
 - egyenletek: mint független generátoros esetben (Kirchhoff, csomóponti potenciálok, hurokáramok)
 - vezérelt generátorok: mint csatolás a hurokáramok egyenletében
- hálózatszámítás szuperpozíció és ekvivalens átalakítások alkalmazásával
 - több generátor: szétválasztás ($\rightarrow$ rövidzárok, szakadások)
 - linearitás: megoldás = a külön számolt megoldások eredője

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban

- feszültség és áram időfüggvények, frekvencia, körfrekvencia, fázis
- csúcsérték, csúcs-csúcs érték, effektív érték
- egyenletek az időtartományban
- szinuszos időfüggvények komplex ábrázolása, a "j" operátor bevezetése
- komplex amplitudók, komplex csúcsértékek, komplex effektív értékek
- fazorábrák, fazorok (szinorok), Euler és Descartes alakok
- a hálózati építőelemek helyettesítő képei
- hál. egyenletek komplex számítási módja (diff.egy.rdsz. $\Rightarrow$ lin.egy.rdsz.)
- impedanciák, admittanciák a $j\omega$ tartományban, látszólagos ellenállás
- rezisztencia, reaktancia, konduktancia, szuszceptancia
- teljesítmények, teljesítmény pillanatérték, átlag és lengő teljesítmény
- látszólagos, hatásos és meddő telj., teljesítménytényező, komplex telj.
- teljesítmények, illesztés, maximális kivehető teljesítmény

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban / I.

- **feszültség és áram időfüggvények, frekvencia, körfrekvencia, fázis**
 - az inhomogén lineáris differenciálegyenletrendszer partikuláris megoldásai
 - $\cos(\omega t)$ időfüggvényű gerjesztő jelek
 - $\cos(\omega t \pm \varphi)$ időfüggvényű válaszok
(minden feszültség és áram a hálózatban)
 - frekvencia: $f = 1/T$
 - körfrekvencia: $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$
 - fázis: φ
- **csúcsérték, csúcs-csúcs érték, effektív érték**
 - feszültségek: $u(t) = U_o \cos(\omega t + \varphi)$
 - áramok: $i(t) = I_o \cos(\omega t + \varphi)$
 - U_o, I_o : csúcsértékek (amplitudók)
 - csúcstól-csúcsig értékek : $2 U_o$ ill. $2 I_o$
 - effektív értékek: $U_{\text{eff}} = U_o / \sqrt{2}$ ill. $I_{\text{eff}} = I_o / \sqrt{2}$

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban / II.

- **egyenletek az időtartományban**

- tagok jellege az egyenletekben: $(R + L \frac{d}{dt} + \frac{1}{C} \int dt) I_0 \cos(\omega t + \varphi)$
- az időfüggvények harmonikus (trigonometrikus) jellege mindig megmarad

- **szinuszos időfüggvények komplex ábrázolása, a "j" operátor bevezetése**

- felismerés: $\cos(\omega t + \varphi) = \Re e^{j(\omega t + \varphi)}$
hiszen a komplex síkon $A e^{jx} = A \cos x + j A \sin x$
- idő szerinti deriválás és integrálás $e^{j(\omega t + \varphi)}$ időfüggvényekre:
 $\frac{d}{dt}$ helyett szorzás $j\omega$ - val
 $\int dt$ helyett osztás $j\omega$ - val
- impedanciák a j operátorral: "operátoros impedanciák"
 $L \Rightarrow j\omega L$
 $C \Rightarrow \frac{1}{j\omega C}$
admittanciák: $j\omega C$ ill. $\frac{1}{j\omega L}$

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban / III.

- **komplex amplitudók, komplex csúcsértékek, komplex effektív értékek**

- komplex időfüggvény: $u(t) = U_o \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow U_o e^{j(\omega t + \varphi)}$
- komplex amplitudó: $U_o e^{j(\omega t + \varphi)} = U_o e^{j\varphi} e^{j\omega t} \Rightarrow U_o e^{j\varphi}$
- komplex csúcsérték: $U_o e^{j\varphi} = U_o = U$
- komplex effektív érték: $U_o / \sqrt{2} e^{j\varphi} = U_{\text{eff}}$

- **fazorábrák, Euler és Descartes alakok**

- komplex jellemzők ábrázolása a z-síkon: fazorábrák
 - komplex időfüggvény: forgó fazorok
 - komplex amplitudók: rögzített fazorok ($\Rightarrow$ "forgó ábra")
 - grafikus "számolás"
 - időreferencia: bármely fazor 0-fázisúnak vehető fel
- számítások a komplex amplitudókkal és a j operátoros impedanciákkal:
 - összeadás, kivonás Descartes-alakkal
 - szorzás, osztás Euler alakkal

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban / IV.

- **a hálózati építőelemek helyettesítő képei**

- általános impedancia: $\mathbf{Z} = R + j\omega L + 1/(j\omega C) = \mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C$
- általános admittancia: $\mathbf{Y} = G + j\omega C + 1/(j\omega L) = \mathbf{Y}_R + \mathbf{Y}_C + \mathbf{Y}_L$
- fázisviszonyok:
 - ellenállás feszültsége és árama fázisban
 - induktivitás feszültsége *siet* az áramhoz képest ($\pi/2$)
 - kapacitás árama *siet* a feszültséghez képest ($\pi/2$)

- **hálózati egyenletek komplex számítási módja
(diff.egy.rdsz. $\Rightarrow$ lin.egy.rdsz.)**

$$u_k(t) = i_k(t) R_k + 1/C_k \int i_k(\tau) d\tau + U_{Ck}(0) + \sum L_{kj} di_j(t)/dt \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \mathbf{U}_k = \mathbf{R}_k \mathbf{I}_k + 1/(j\omega C_k) \mathbf{I}_k + \sum j\omega L_{kj} \mathbf{I}_j$$

($e^{j\omega t}$ –vel az egyenletek valamennyi tagja "egyszerűsíthető")

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban / V.

- impedanciák, admittanciák a $j\omega$ tartományban

- **Soros** kapcsolás:

$$\mathbf{Z}_e = \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b$$

$$\mathbf{Y}_e = \mathbf{Y}_a \times \mathbf{Y}_b$$

- **Párhuzamos** kapcsolás:

$$\mathbf{Y}_e = \mathbf{Y}_a + \mathbf{Y}_b$$

$$\mathbf{Z}_e = \mathbf{Z}_a \times \mathbf{Z}_b$$

- látszólagos ellenállás:

$$R_v = |\mathbf{Z}| = Z$$

- rezisztencia, reaktancia, konduktancia, szuszceptancia

$$\mathbf{Z} = R + jX$$

$$\mathbf{Y} = G + jB$$

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban / VI.

- **Teljesítmények:**

teljesítmény pillanatérték, átlag és lengő teljesítmény

– Pillanatnyi teljesítmény: $p(t) = u(t) i(t)$

harmonikus jelek φ fázisszögű impedancián (U, I csúcsértékekkel):

$$p(t) = U \cos(\omega t + \varphi) I \cos(\omega t) \Rightarrow U \cos(\omega t) I \cos(\omega t - \varphi)$$

átalakítva:

$$\begin{aligned} p(t) &= UI \cos(\omega t) [\cos(\omega t) \cos \varphi + \sin(\omega t) \sin \varphi] = \\ &= UI \cos \varphi \cos^2(\omega t) + UI \sin \varphi \sin(\omega t) \cos(\omega t) \end{aligned}$$

vagyis a pillanatnyi teljesítmény harmonikus jelekre:

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{1}{2} UI \cos \varphi [1 + \cos(2\omega t)] + \frac{1}{2} UI \sin \varphi \sin(2\omega t) \\ &= P [1 + \cos(2\omega t)] + Q \sin(2\omega t) \end{aligned}$$

[hatásos teljesítmény] [meddő teljesítmény]

– Középérték és lengő teljesítmény

$\cos \varphi \cos(2\omega t) + \sin \varphi \sin(2\omega t) = \cos(2\omega t - \varphi)$ -vel:

$$p(t) = \frac{1}{2} UI \cos \varphi + \frac{1}{2} UI \cos(2\omega t - \varphi)$$

[középérték] [lengő teljesítmény]

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban / VII.

- **Teljesítmények:**

teljesítmény pillanatérték, átlag és lengő telj. (folyt.)

- **Maximális és minimális értékek** (szélsőérték kereséssel):

$$p_M = \frac{1}{2} UI (\cos \varphi + 1)$$

$$p_m = \frac{1}{2} UI (\cos \varphi - 1)$$

- **Hatásos teljesítmény** (átlagteljesítmény, középérték):

$p(t) = \frac{1}{2} UI \cos \varphi + \frac{1}{2} UI \cos (2\omega t - \varphi)$ integrálásával

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{2} UI \cos \varphi$$

- **Energia:**

$$W = \int_0^t p(\tau) d\tau = P \cdot t \quad (\text{ha } t \gg T)$$

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban / VIII.

- Komplex, hatásos és meddő, látszólagos teljesítmény, teljesítménytényező**

- Komplex teljesítmény:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{U} \mathbf{I}^* = \frac{1}{2} UI e^{j\varphi} = \frac{1}{2} UI (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

$$= P + jQ =$$

$$= \frac{1}{2} \mathbf{Z} \mathbf{I} \mathbf{I}^* = \frac{1}{2} (R + jX) |\mathbf{I}|^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \mathbf{Y}^* \mathbf{U} \mathbf{U}^* = \frac{1}{2} (G - jB) |\mathbf{U}|^2$$

- Hatásos és meddő teljesítmény: $P = \Re \mathbf{S} = \frac{1}{2} UI \cos \varphi$

$$Q = \Im \mathbf{S} = \frac{1}{2} UI \sin \varphi$$

- Látszólagos teljesítmény: $S = |\mathbf{S}| = \frac{1}{2} UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$

- Teljesítménytényező: $\cos \varphi = P/S$

- Teljesítmények az effektív értékekkel:**

$$\mathbf{Z} = R + jX = Z e^{j\varphi} \Rightarrow R = Z \cos \varphi, X = Z \sin \varphi \Rightarrow P = R I^2, Q = X I^2$$

$$\mathbf{Y} = G + jB = Y e^{-j\varphi} \Rightarrow G = Y \cos \varphi, B = -Y \sin \varphi \Rightarrow P = G U^2, Q = -B U^2$$

Szinuszos időfüggvényű jelek KLI hálózatokban / IX.

- Teljesítmény-illesztés, maximális kivehető teljesítmény:**

Áram a terhelésen: $I = U_b / (Z_b + Z_t)$

Kivett teljesítmény (effektív értékekkel):

$$P = R_t I^2 = R_t U_b^2 / [(R_b + R_t)^2 + (X_b + X_t)^2]$$

Maximális kivett telj.: $\partial P / \partial X_t = 0$ és $\partial P / \partial R_t = 0$

A szélső értékek helye: $X_t = -X_b$ és $R_t = R_b$

Illesztés maximális kivett teljesítményre:

$$Z_t = Z_b^*$$